50. Österreichische Mathematische Olympiade 2019

Weitere Übungen zum Kurswettbewerb für Anfänger (3. Juni)

`Kursleiter:` Dr. Robert Resel

`Termine:` 20. und 27. (ggf. auch schon 13.) Mai

1. Beweise die $\forall x \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$ sowie $\forall y \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$ mit sgn$x$=sgn$y$ gültige Ungleichung
$$\frac{A(x,y)}{H(x,y)} - \frac{H(x,y)}{A(x,y)} \leq \frac{Q^2(x,y)}{G^2(x,y)}$$
zwischen den bekannten vier Mitteln aus der von uns bereits im September 2018 bewiesenen $QAGH$-Ungleichung
$$Q(x,y) \geq A(x,y) \geq G(x,y) \geq H(x,y).$$

2. *Aus dem Regionalwettbewerb vom 4. April 2019:*
Man beweise die $\forall x \in \mathbb{R}$ sowie $\forall y \in \mathbb{R}$ mit $(x+1)(y+2) = 8$ gültige Ungleichung
$$(xy - 10)^2 \geq 64.$$

3. *Ebenso aus dem Regionalwettbewerb vom 4. April 2019:*
Man bestimme alle natürlichen Zahlen, die kleiner als 128^{97} sind und genau 2019 Teiler haben.

4. *Aus (der Vorrunde) dem (des) Bundeswettbewerb(s) vom 4. Mai 2019:*
Es sei ΔABC ein Dreieck und I sein Inkreismittelpunkt. Die Kreislinie durch A, C und I schneide g_{BC} nebst C ein zweites Mal in X, die Kreislinie durch B, C und I schneide g_{AC} nebst C ein zweites Mal in Y. Man beweise, dass $\overline{AY} = \overline{BX}$ gilt.

Bemerkung

Eine weitere schöne Geometrieaufgabe folgt noch separat, davor (d.h. vor diesen somit insgesamt fünf Aufgaben) bearbeiten wir noch die vier Aufgaben 18, 21, 22 und 23 aus der Aufgabensammlung zum Themengebiet "*Gleichungen und Spieltheorie*", womit wir für die drei o.g. Termine pro Termin durchschnittlich drei Aufgabenstellungen bearbeiten werden.