Klasse: 7B(Rg)

MATHEMATIK bei ....

Schuljahr 2011/12

Dr. Robert RESEL

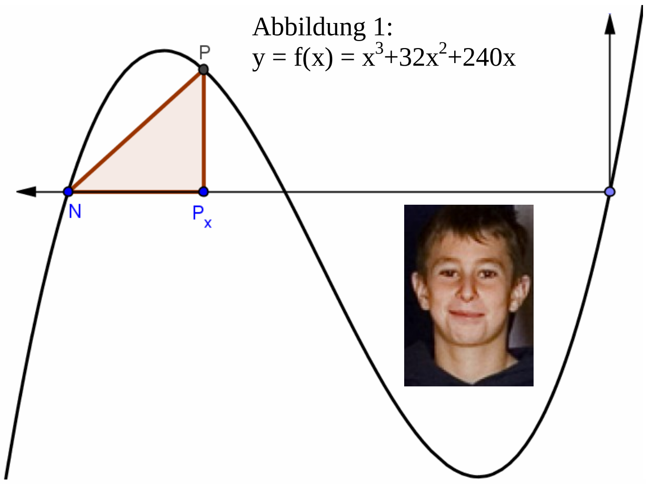
5 zusätzliche Optimierungsaufgaben

(DREIECKE IN NORMALBEREICHEN)

A) a) In Abbildung 1 ist jener Punkt P auf Γ_f gesucht, welcher im Normalbereich zwischen den negativen Nullstellen von f das flächeninhaltsgrößte Dreieck ΔNP_xP erzeugt.

b) ***Max*** (der das ***Max***imum auch nachweist, wie auch du es zu tun hast!) aus dem Rg-Teil der 8B (2012/13!) kann ebenso gut integrieren als er in der 7B differenzieren konnte und kommt für den Flächeninhalt des Normalbereichs aus a) auf $\frac{4096}{3}$ (was ihn sichtlich freut, ja geradezu amüsiert, siehe Abbildung im Normalbereich zwischen der mittleren und der größten Nullstelle von f!). Zeige damit, dass das ***max***imale Dreieck aus a) eine Spur weniger als $\frac{5}{12}$ des Normalbereichs ausmacht!

Abbildung 1:
$y = f(x) = x^3+32x^2+240x$

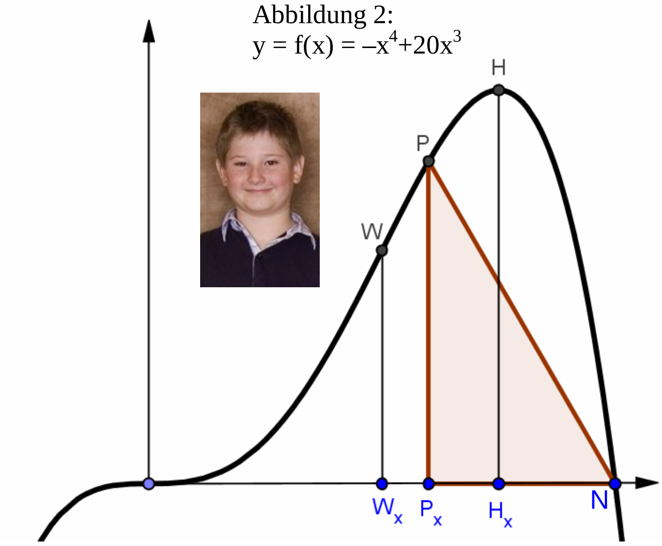


B) a) In Abbildung 2 ist jener Punkt P auf Γ_f gesucht, welcher im Normalbereich zwischen den Nullstellen von f das flächeninhaltsgrößte Dreieck ΔP_xNP erzeugt.

b) Die der Integralrechnung kundige Kitty aus dem Rg-Teil der 8B (2012/13!) erhält für den Flächeninhalt des Normalbereichs aus a) exakt 160000 und zeigt darüber eine regelrecht kindliche Freude (eines Erstklässlers ☺). Zeige (unter der Voraussetzung, dass sie sich nicht verrechnet hat) damit, dass das flächeninhaltsgrößte Dreieck aus a) eine Spur mehr als $\frac{1}{3}$ des Normalbereichs ausmacht!

c) Liegt P_x genau in der Mitte zwischen W_x und H_x? (Achtung! Aus der Abbildung lässt sich bitte prinzipiell NICHTS herauslesen, da die zu errechnende Lage von P ja nicht notwendigerweise bereits richtig sein muss!!)

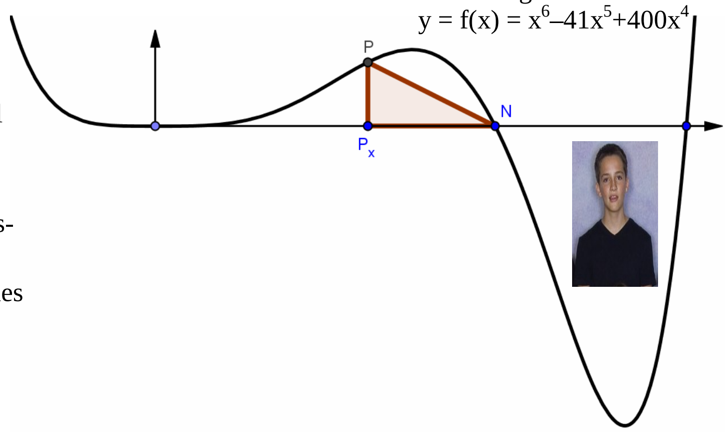
Abbildung 2:
$y = f(x) = -x^4+20x^3$



C) a) In Abbildung 3 ist jener Punkt P auf Γ_f gesucht, welcher im Normalbereich zwischen den beiden kleineren Nullstellen von f das flächeninhaltsgrößte Dreieck ΔP_xNP erzeugt.

b) Der der Integralrechnung kundige "Harry" aus dem Rg-Teil der 8B (2012/13!) erhält für den Flächeninhalt des Normalbereichs aus a) exakt $\frac{159383552}{21}$ (und bekommt deshalb offenbar den Mund nicht mehr zu ☺). Zeige (unter der Voraussetzung, dass er sich nicht verrechnet hat) damit, dass das flächeninhaltsgrößte Dreieck aus a) eine Spur mehr als $\frac{1}{3}$ des Normalbereichs ausmacht, wobei diese Spur über $\frac{1}{15}$ liegt.

Abbildung 3:
$y = f(x) = x^6-41x^5+400x^4$

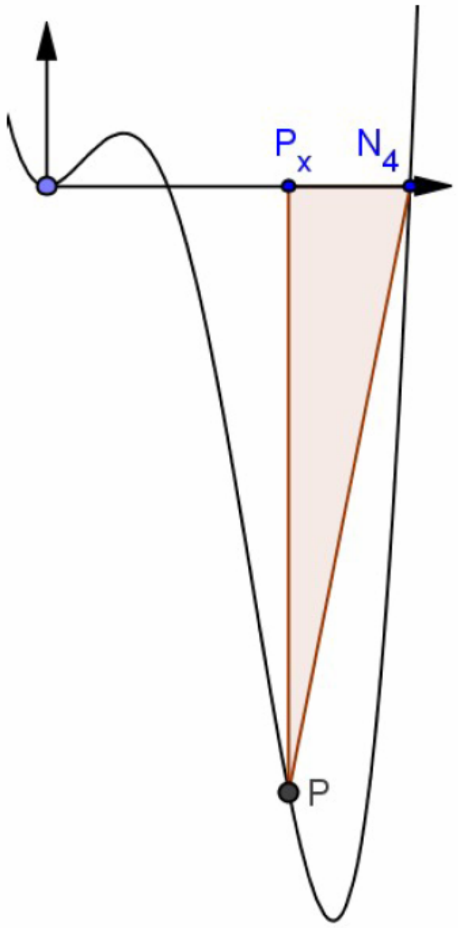


D) Aus einer früheren Schularbeit (Da wart ihr alle noch in der Volksschule! ☺):

Klasse: 7E(Rg)

4. Schularbeit (zweistündig)

30. 4. 2004



1. In der oberen Figur ist der Graph Γ_f der Polynomfunktion f mit der Funktionsgleichung $y = f(x) = x^4 - 20x^3 + 75x^2$ zusammen mit seiner größten Nullstelle N_4 abgebildet. Dem von Γ_f und der $x-$Achse zwischen der mittleren und der größten Nullstelle begrenzten Gebiet $\mathcal{G}$ soll wie in der Figur illustiert das flächeninhaltsgrößte Dreieck einbeschrieben werden.

   (a) Berechne die Koordinaten der fehlenden Eckpunkte P_x und P des gesuchten optimalen Dreiecks $\Delta P_x P N_4$! **8P.**

   (b) Mittels Integralrechnung (→ 8. Klasse) lässt sich zeigen, dass $\mathcal{G}$ einen Flächeninhalt von 17500 aufweist. Zeige unter Verwendung von Brüchen, dass das Dreieck aus (a) mehr als $\frac{1}{3}$ des Flächeninhalts von $\mathcal{G}$ einnimmt und gib auch den exakten Bruchteil in vollständig durchgekürzter Form an! **2P.**

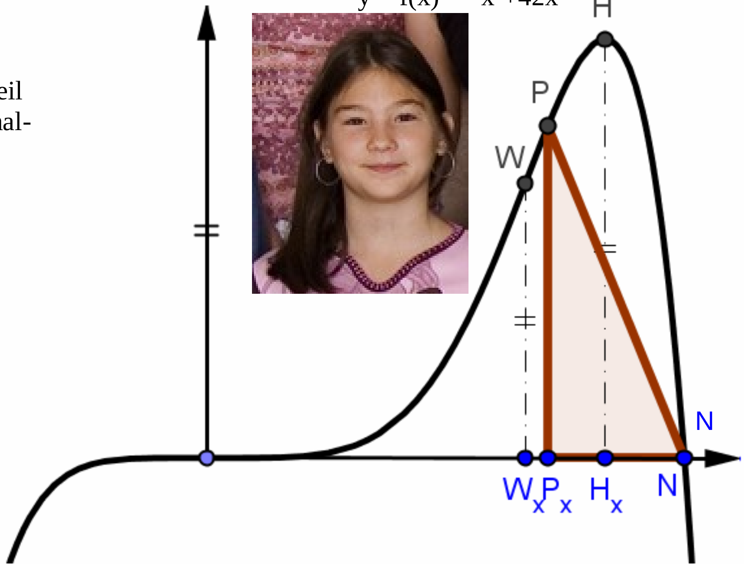
   (c) Liegt P_x (wie es die Abbildung *vermuten* lässt!) tatsächlich genau in der Mitte zwischen den beiden positiven Nullstellen von f? **1P.**

E) a) In Abbildung 4 ist jener Punkt P auf Γ_f gesucht, welcher im Normalbereich zwischen den Nullstellen von f das flächeninhaltsgrößte Dreieck ΔPP_xN erzeugt.

b) Die der Integralrechnung kundige Conny aus dem Rg-Teil der 8B (2012/13!) erhält für den Flächeninhalt des Normalbereichs aus a) exakt 5 489 031 744. Zeige (unter der Voraussetzung, dass sie sich nicht verrechnet hat) damit, dass das flächeninhaltsgrößte Dreieck aus a) eine Spur mehr als $\frac{5}{16}$ des Normalbereichs ausmacht!

c) Liegt P_x genau in der Mitte zwischen W_x und H_x? (Achtung! Aus der Abbildung lässt sich bitte prinzipiell NICHTS herauslesen, da die zu errechnende Lage von P ja nicht notwendigerweise bereits richtig sein muss!!)

Abbildung 4:
$y = f(x) = -x^6+42x^5$



Gutes Gelingen beim Lösen dieser schönen Aufgaben!

Wien, im Mai 2012. Dr. R. Resel, eh.