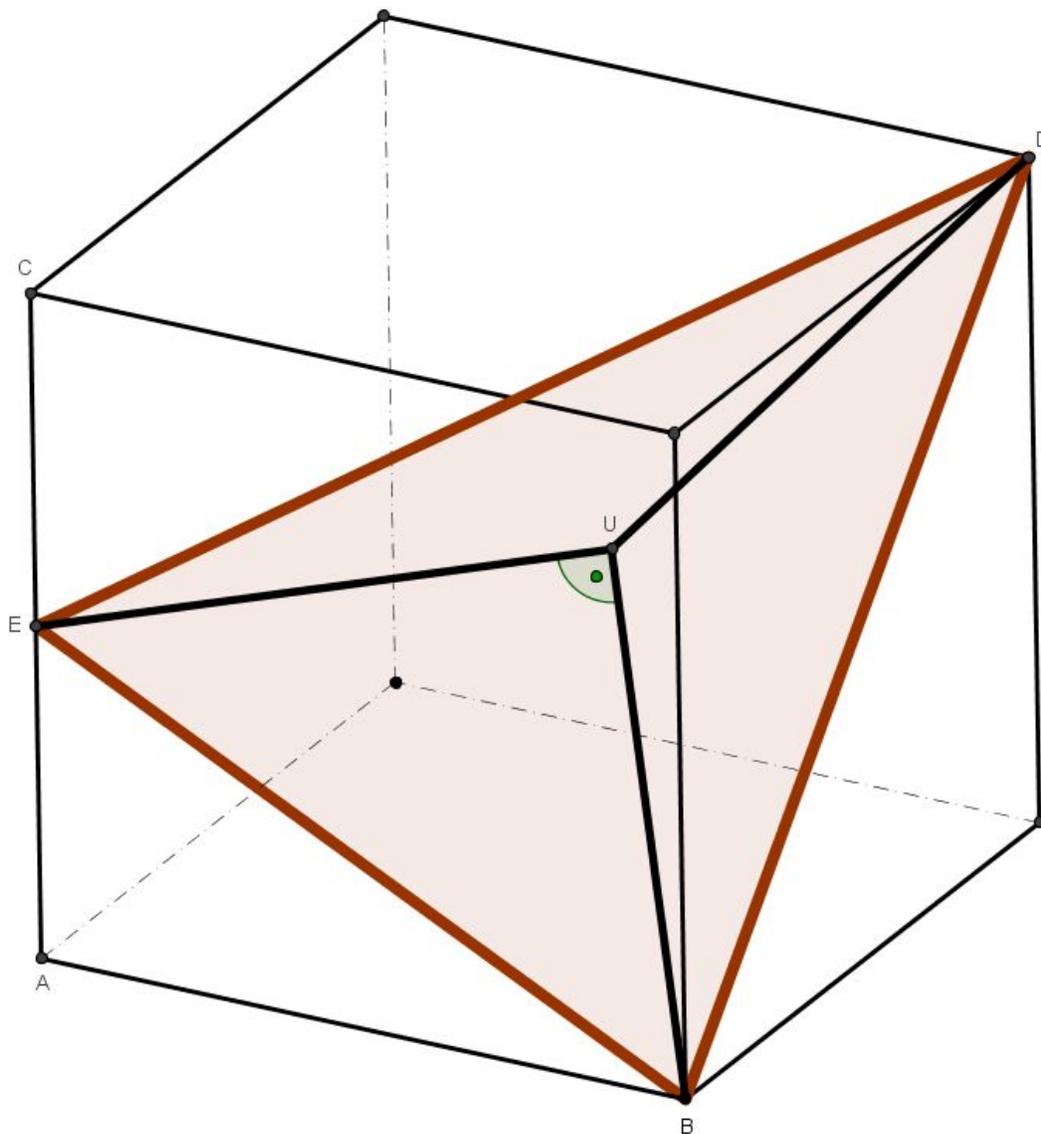


Sechs abschließende Aufgaben zur analytischen Raumgeometrie

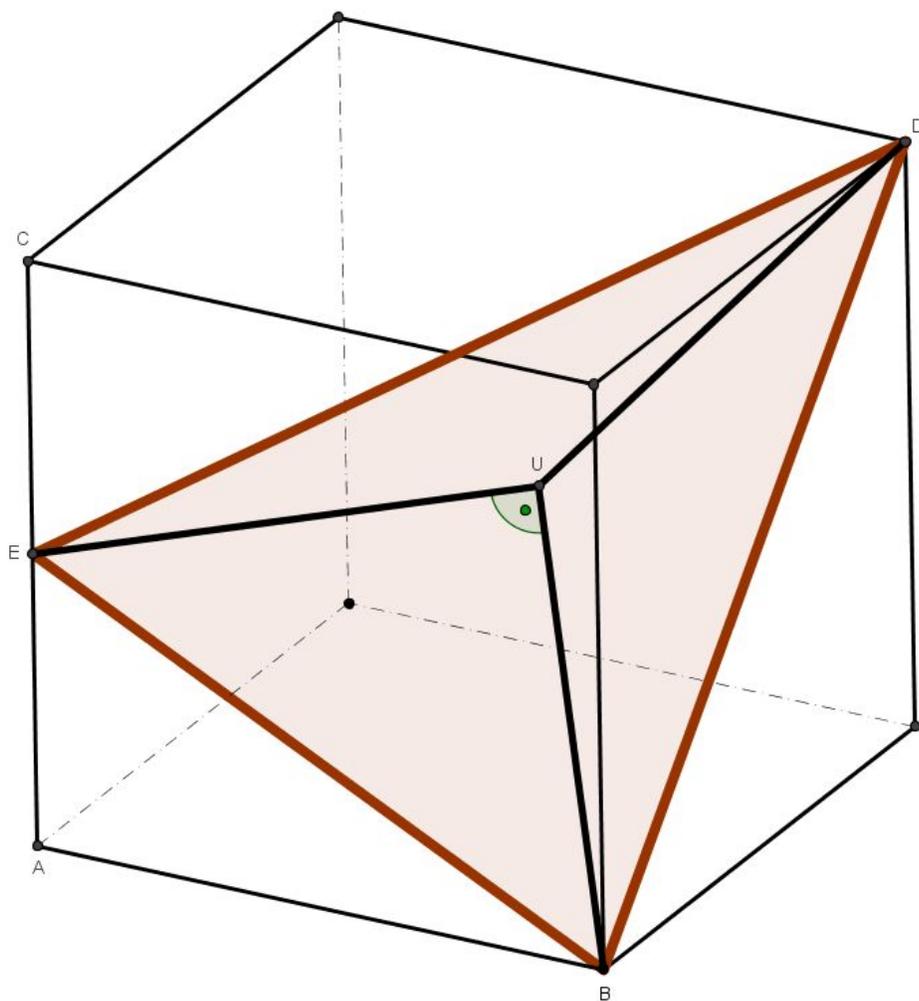
für die 8A(G)/8B(Rg), 2012/13

1. Ausgehend von einem Würfel der Seitenlänge 12 (siehe Abbildung!) ist die folgende Aufgabenstellung zu bearbeiten:



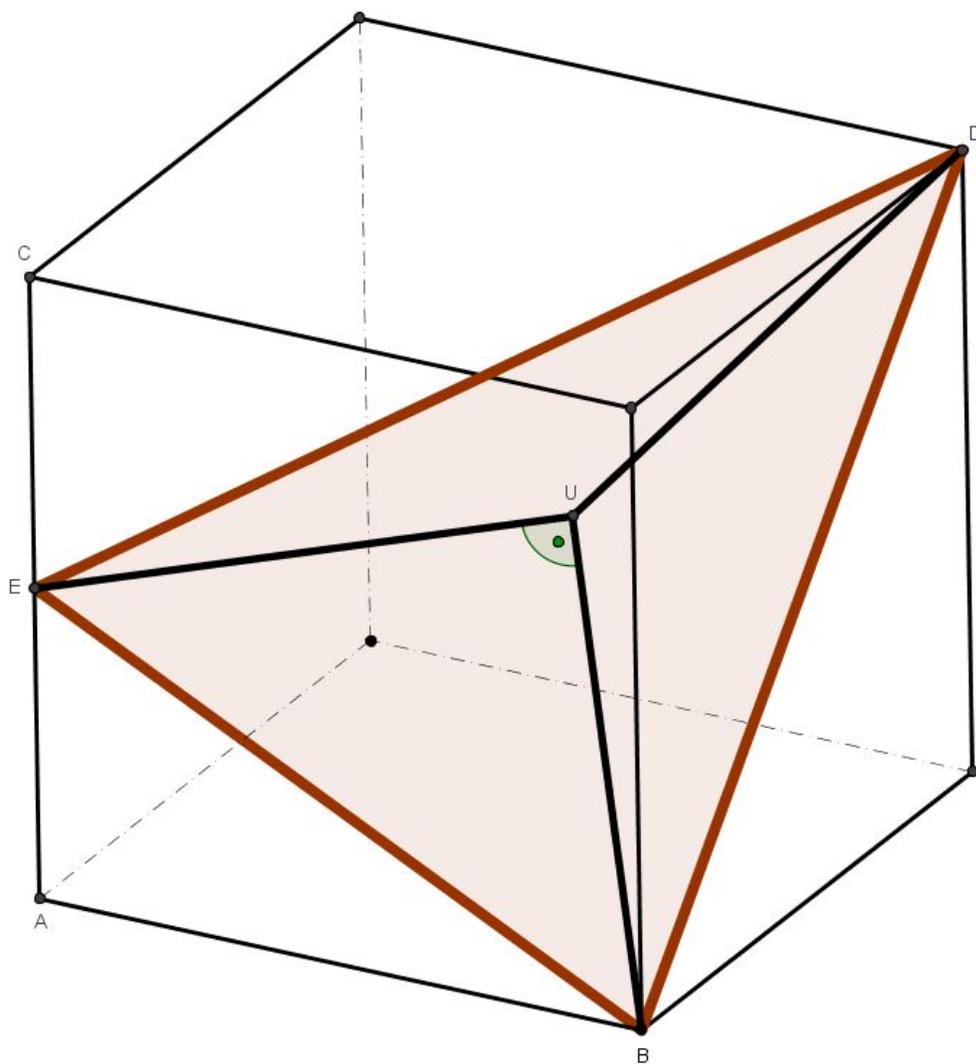
Das aus den Würfel-eckpunkten B und D sowie dem Mittelpunkt der Würfelkante AC gebildete Dreieck weist einen Flächeninhalt auf, welcher $\frac{1}{8}$ des Mantelflächeninhalts des Würfels beträgt.

2. Ausgehend von einem Würfel der Seitenlänge 12 (siehe Abbildung!) ist die folgende Aufgabenstellung zu bearbeiten:

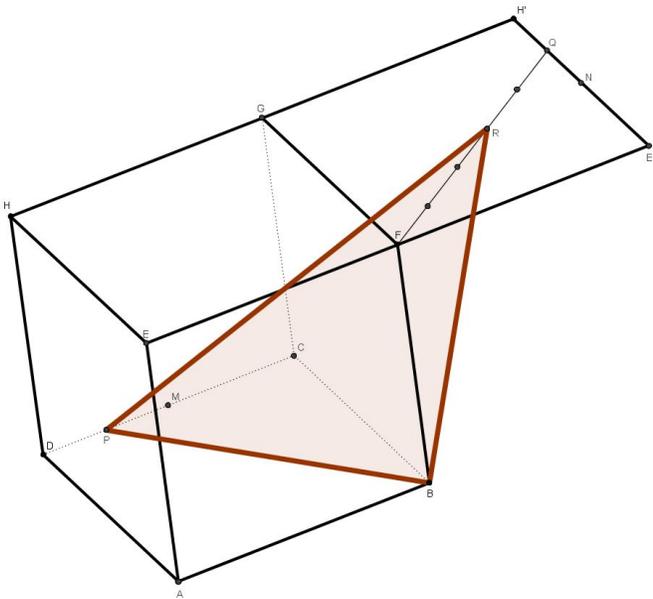


Zeige: Der Umkreisradius des aus den Würfel-eckpunkten B und D sowie dem Mittelpunkt der Würfelkante AC gebildeten Dreiecks ergibt sich aus dem geometrischen Mittel der beiden kleineren Dreieckseiten.

3. Ausgehend von einem Würfel der Seitenlänge 12 (siehe Abbildung!) ist die folgende Aufgabenstellung zu bearbeiten:



Das aus den Würfel-eckpunkten B und D sowie dem Mittelpunkt der Würfelkante AC gebildete Dreieck erzeugt zusammen mit seinem Umkreismittelpunkt U ein neues Dreieck $\triangle EBU$, von welchem zu zeigen ist, dass es rechtwinklig mit dem rechten Winkel in U ist.



4. Der in nebenstehender Figur abgebildete Würfel weist eine Seitenlänge von 20 auf. M ist ein Kantenmittelpunkt, P der Mittelpunkt der Strecke DM . Der Punkt E' bzw. H' entsteht durch Spiegelung von E an F bzw. von H an G , N ist der Mittelpunkt der Strecke $E'H'$, Q jener von NH' . Schließlich geht R aus einer Fünftelung der Strecke FQ hervor. Zeige unter Verwendung des *Orthogonalitätskriteriums*, dass das Dreieck $\triangle PBR$ rechtwinklig ist!

5. Die Perspektive der Konfiguration aus der letzten Aufgabe wurde bewusst so gewählt, der der nachzuweisende rechte Winkel auch als solcher erscheint. Was man anhand der obigen Abbildung jedoch kaum vermuten würde, ist, dass der Schnittpunkt $\{S\} = \varepsilon_{PBR} \cap g_{EF}$ derart auf der Strecke FE' liegt, sodass die Gerade g_{RS} fast parallel zu g_{FG} verläuft.¹ Zeige genauer, dass die Winkel zwischen g_{RS} und g_{FG} ziemlich genau um $3^\circ 10' 47 \frac{7}{18}''$ vom rechten Winkel abweichen und kontrolliere außerdem die Gültigkeit der Identität $\overline{SP}^2 + 63 \cdot \overline{SR}^2 = 12 \cdot \overline{SB}^2$ ("Pythagoras-Ersatz-Gleichung").
6. Im Rahmen der letzten beiden Aufgaben hat sich bislang herausgestellt, dass die Ebene ε_{PBR} von den zwölf Würfelkanten jedenfalls vier Kanten schneidet (CD sowie die drei in B zusammenlaufenden Würfelkanten) sowie eine nicht schneidet (nämlich EF). Zeige, dass von den verbleibenden sieben Kanten genau eine von ε_{PBR} geschnitten wird (\rightarrow Schnittpunkt T) und kontrolliere, dass der Flächeninhalt des Dreiecks $\triangle PBT$ exakt 80% des Flächeninhalts des Dreiecks $\triangle PBR$ beträgt.

**Gutes Gelingen beim Lösen
dieser schönen Aufgaben!**

¹Von jener [matheprof-undersite \(http://matheprof.at/8BrgUebersicht.html\)](http://matheprof.at/8BrgUebersicht.html), auf der sich dieses File befindet, kannst du ein GeoGebra-File downloaden, welches es durch Bewegung eines roten und grünen Punktes sowie der Punkte B und D gestattet, die Perspektive entsprechend zu ändern.