

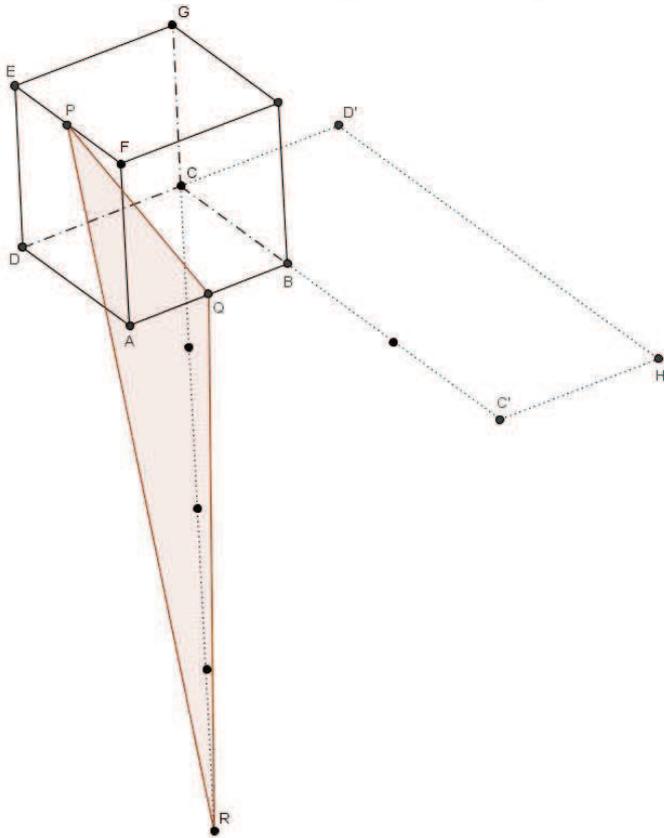
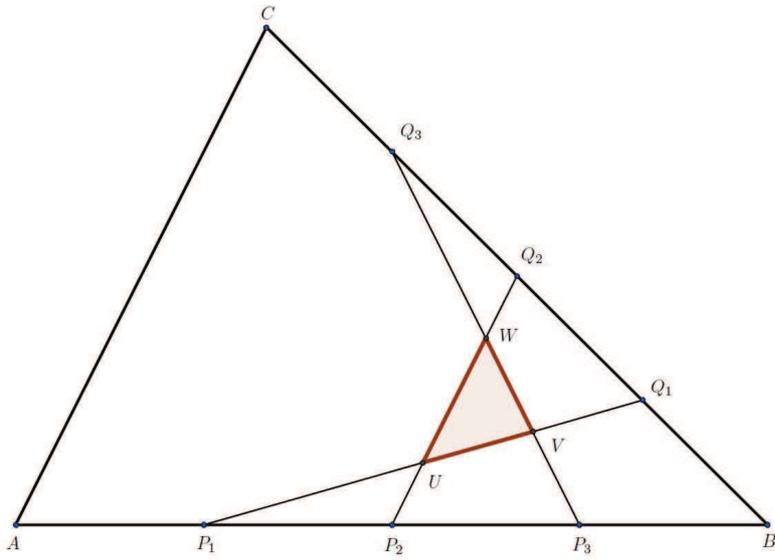
## 2. Schularbeit (dreistündig)

Klasse 8C (Realgymnasium), 25. 03. 2014

- Die Seiten  $AB$  und  $BC$  eines Dreiecks  $\triangle ABC$  werden in vier gleich lange Teile geteilt, was zu den Punkten  $P_1, P_2$  und  $P_3$  sowie  $Q_1, Q_2$  und  $Q_3$  führt. Aus ihnen geht wiederum (vgl. rechte obere Abbildung!) das Dreieck  $\triangle UVW$  hervor, welches die folgenden Eigenschaften aufweist, die am konkreten Beispiel des Dreiecks  $\triangle ABC[A(0|0), B(48|0), C(16|32)]$  zu verifizieren sind:
  - Der Flächeninhalt des Dreiecks  $\triangle UVW$  beträgt  $\frac{1}{32}$  des Flächeninhalts des Dreiecks  $\triangle ABC$ . **9P**
  - $\overline{P_3V} : \overline{VQ_3} = 1 : 3, \overline{P_1V} : \overline{VQ_1} = 3 : 1$  **3P**
- Die rechte mittlere Abbildung zeigt einen Würfel der Seitenlänge 2.  $P$  und  $Q$  sind Kantenmittelpunkte,  $R$  entsteht durch fortlaufende Spiegelung von  $G$  an  $C, C'$  durch fortlaufende Spiegelung von  $C$  an  $B. D'$  ist der Spiegelpunkt von  $D$  an  $C, H$  ist der vierte Eckpunkt des Rechtecks  $D'CC'H$ . Zeige, dass der Spiegelpunkt von  $C$  an  $H$  der Höhenschnittpunkt des Dreiecks  $\triangle PQR$  ist! **10P**
- $x_1 = 3 + 4i$  ist eine Lösung der algebraischen Gleichung  $x^4 - 12x^3 + 54x^2 - 108x + a_0 = 0$  (\*).
  - Berechne  $a_0$  und zeige, dass (\*) zwei reelle sowie zwei echt-komplexe Lösungen aufweist. Erläutere deine Vorgehensweise bei der Berechnung weiterer Lösungen (Verwende - notwendigenfalls - das Zwischenresultat  $a_0 = -175$ ).! **9P**
  - Verifiziere anhand der konkreten vorliegenden Gleichung den folgenden **5P**  
**Satz.** Bilden die Bildpunkte der Lösungen einer algebraischen Gleichung vierten Grades  $x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0$  mit reellen Koeffizienten ein Quadrat, dessen Diagonalen auf der reellen sowie parallel zur imaginären Achse liegen, so gilt  $3a_3^2 = 8a_2$ .
- Die MATH-group (Akronym für Maluenda und die special guest stars Arathil, Trost und Haider) hat recherchiert, dass die Arbeitszeit bei der fünfstündigen Deutsch-Klausur als in Stunden gemessene stetige Zufallsvariable  $X$  mit dem Ereignisraum  $\Omega = [0; 5]$  nach der Dichtefunktion  $\varphi$  mit der Funktionsgleichung  $\varphi(x) = \frac{1}{625} \cdot (12x^3 - 48x^2 + 60x)$  verteilt ist.
  - Zeige, dass es sich bei  $\varphi$  tatsächlich um eine Dichtefunktion handelt! **5P**
  - Berechne die durchschnittliche Arbeitszeit  $\mu$ ! **2P**
  - Um wie viele Stunden ( $\sigma$ ) streut  $X$  durchschnittlich um  $\mu$ ? **3P**
  - 2012/13 schrieben in Transdanubien insgesamt 625 Maturanten ihre Deutsch-Klausur. Bei wie vielen von ihnen wich daher modellgemäß die Arbeitszeit um höchstens  $\sigma$  von  $\mu$  ab? **2P**

**Punkteschlüssel:** 0 – 23 Punkte: Nicht genügend, 24 – 30 Punkte: Genügend,  
31 – 37 Punkte: Befriedigend, 38 – 43 Punkte: Gut, 44 – 48 Punkte: Sehr gut

**Gutes Gelingen bei der Präsentation deines  
mathematischen Wissens und Könnens!**



M A T H

