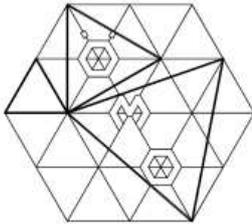




# Mathematik-Olympiadekurs für Anfänger

2016/17, Dr. Resel, Di 14.45-16.25, Einheiten 8 bis 13: 6., 13. & 20. 12. sowie 10., 17. & 24. 1. (Blatt 1/7)

- Grundlagen der Geometrie 1 (Komplementär- und Supplementärwinkel, Innenwinkelsummensatz, Winkeljagd, Thales- & Peripheriewinkelsatz)
- Grundlagen der Geometrie 2 (Analytische Geometrie mittels linearer Funktionen und elementarer Vektorrechnung)
- Geometrie-Aufgabe 1:



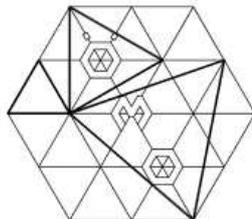
31. Österreichische Mathematik Olympiade  
Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger  
15. Juni 2000

4. Sei  $ABCDEF$  die Hälfte eines regelmäßigen Zwölfecks.

Sei  $P$  der Schnittpunkt der Geraden  $AB$  und  $GF$  und  $Q$  der Schnittpunkt der Geraden  $AC$  und  $GE$ .

Man zeige:  $Q$  ist der Umkreismittelpunkt des Dreiecks  $AGP$ .

- Geometrie-Aufgabe 2:



32. Österreichische Mathematik Olympiade  
Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger  
7. Juni 2001

4. Es sei  $ABC$  ein Dreieck mit den Winkeln  $\alpha$  und  $\beta$  größer als  $45^\circ$ .

Über der Seite  $AB$  errichten wir ein gleichschenkelig rechtwinkeliges Dreieck  $ABR$  mit der Hypotenuse  $AB$  und  $R$  im Inneren des Dreiecks  $ABC$ .

Analog errichten wir über  $BC$  und  $AC$  gleichschenkelig rechtwinkelige Dreiecke  $CBP$  und  $ACQ$ , aber mit den Ecken  $P$  und  $Q$  (jeweils beim rechten Winkel) außerhalb des Dreiecks  $ABC$ .

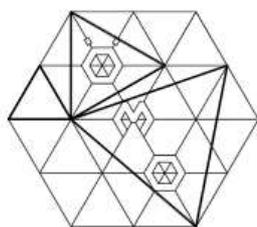
Man zeige, dass  $CQRP$  ein Parallelogramm ist.



# Mathematik-Olympiadekurs für Anfänger

2016/17, Dr. Resel, Di 14.45-16.25, Einheiten 8 bis 13: 6., 13. & 20. 12. sowie 10., 17. & 24. 1. (Blatt 2/7)

- Geometrie-Aufgabe 3:

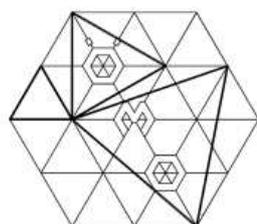


34. Österreichische Mathematik Olympiade  
Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger  
12. Juni 2003

4. Man zeige: Jedes einem Quadrat umschriebene Rechteck ist selbst ein Quadrat.

(Ein Rechteck ist einem Quadrat umschrieben, wenn auf jeder Rechteckseite genau ein Eckpunkt des Quadrats liegt.)

- Geometrie-Aufgabe 4:

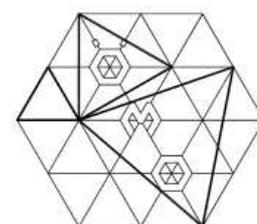


36. Österreichische Mathematik Olympiade  
Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger  
16. Juni 2005

4. Gegeben ist das Dreieck  $ABC$  mit dem Flächeninhalt 2000.  $P, Q, R$  seien die Mittelpunkte der Seiten  $BC, AC, AB$ .  $U, V, W$  seien die Mittelpunkte der Seiten  $QR, RP, PQ$ . Die Längen der Strecken  $AU, BV, CW$  seien  $x, y, z$ .

Man zeige, dass ein Dreieck mit den Seiten  $x, y, z$  existiert und berechne seinen Flächeninhalt.

- Geometrie-Aufgabe 5:



37. Österreichische Mathematik Olympiade  
Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger  
13. Juni 2006

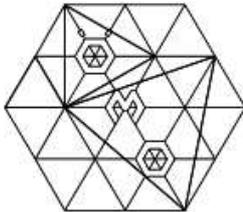
4. Man zeige: Hat ein Dreieck zwei gleich große Ankreise, so ist es gleichschenkelig.

(Hinweis: Der Ankreis des Dreiecks  $ABC$  zur Seite  $a$  berührt die Verlängerungen der Seiten  $AB$  und  $AC$  und die Seite  $BC$ .)

# Mathematik-Olympiadekurs für Anfänger

2016/17, Dr. Resel, Di 14.45-16.25, Einheiten 8 bis 13: 6., 13. & 20. 12. sowie 10., 17. & 24. 1. (Blatt 3/7)

- Geometrie-Aufgabe 6:



## 38. Österreichische Mathematische Olympiade

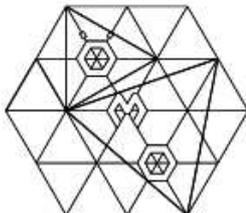
Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger

14. Juni 2007

- Wir betrachten ein Parallelogramm  $ABCD$ , in dem der Mittelpunkt  $M$  der Seite  $CD$  auf der Winkelsymmetrale von  $\angle BAD$  liegt.

Man zeige, dass  $\angle AMB$  ein rechter Winkel ist.

- Geometrie-Aufgabe 7:



## 39. Österreichische Mathematische Olympiade

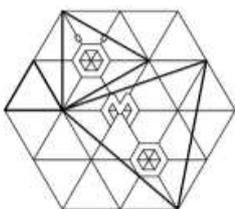
Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger

17. Juni 2008

- Sei  $ABC$  ein spitzwinkeliges Dreieck, in dem sich die Winkelsymmetrale des Winkels  $\angle BAC$ , die Höhe durch  $B$  und die Symmetrale der Seite  $AB$  in einem Punkt schneiden.

Man bestimme die Größe des Winkels  $\alpha = \angle BAC$ .

- Geometrie-Aufgabe 8:



## 40. Österreichische Mathematik Olympiade

Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger

23. Juni 2009

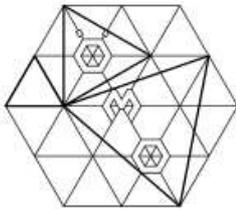
- Der Mittelpunkt  $M$  des Quadrates  $ABCD$  wird an  $C$  gespiegelt. Dadurch erhält man den Punkt  $E$ . Der Schnittpunkt des Umkreises des Dreiecks  $BDE$  mit der Strecke  $AM$  wird mit  $S$  bezeichnet.

Man zeige, dass  $S$  die Strecke  $AM$  halbiert.

# Mathematik-Olympiadekurs für Anfänger

2016/17, Dr. Resel, Di 14.45-16.25, Einheiten 8 bis 13: 6., 13. & 20. 12. sowie 10., 17. & 24. 1. (Blatt 4/7)

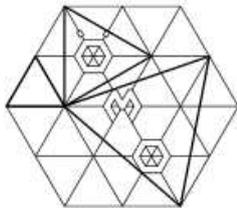
- Geometrie-Aufgabe 9:



## 41. Österreichische Mathematik Olympiade Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger 15. Juni 2010

4. Im rechtwinkligen Dreieck  $ABC$  mit rechtem Winkel bei  $C$  sei die Seite  $BC$  länger als die Seite  $AC$ . Die Streckensymmetrale von  $AB$  schneide die Gerade  $BC$  im Punkt  $D$  und die Gerade  $AC$  im Punkt  $E$ . Die Strecke  $DE$  sei gleich lang wie die Seite  $AB$ .  
Wie groß sind die Winkel des Dreiecks  $ABC$ ?

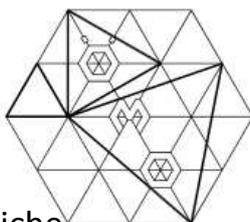
- Geometrie-Aufgabe 10:



## 42. Österreichische Mathematische Olympiade Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger 16. Juni 2011

4. Es sei  $ABC$  ein gleichschenkeliges Dreieck mit  $\overline{AC} = \overline{BC}$ . Auf dem Bogen  $CA$  seines Umkreises, der  $B$  nicht enthält, liege ein Punkt  $P$ . Der Fußpunkt der Normalen durch  $C$  auf die Gerade  $AP$  werde mit  $E$  bezeichnet, der Fußpunkt der Normalen durch  $C$  auf die Gerade  $BP$  werde mit  $F$  bezeichnet.  
Man beweise, dass die Strecken  $AE$  und  $BF$  gleich lang sind.

Freier  
Platz für  
diverse  
Eva-Streiche



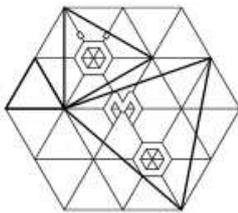
## 35. Österreichische Mathematik Olympiade Gebietswettbewerb für Fortgeschrittene 20. April 2004

3. Gegeben sei ein konvexes Viereck  $ABCD$  mit  $\angle ADC = \angle BCD > 90^\circ$ .  
 $E$  sei der Schnittpunkt der Geraden  $AC$  mit der Parallelen zu  $AD$  durch  $B$  und  $F$  sei der Schnittpunkt der Geraden  $BD$  mit der Parallelen zu  $BC$  durch  $A$ .  
Man zeige:  $EF$  ist parallel zu  $CD$ .

# Mathematik-Olympiadekurs für Anfänger

2016/17, Dr. Resel, Di 14.45-16.25, Einheiten 8 bis 13: 6., 13. & 20. 12. sowie 10., 17. & 24. 1. (Blatt 5/7)

- Geometrie-Aufgabe 11:



## 43. Österreichische Mathematische Olympiade

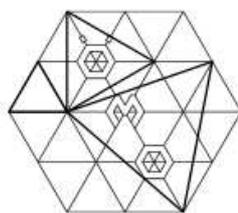
Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger

11. Juni 2012

4. Gegeben sei eine Strecke  $AB$ . Wir errichten über und unter  $AB$  die gleichseitigen Dreiecke  $ABC$  bzw.  $ADB$ . Wir bezeichnen die Mittelpunkte von  $AC$  und  $BC$  mit  $E$  bzw.  $F$ .

Man zeige, dass die Geraden  $DE$  und  $DF$  die Strecke  $AB$  in drei gleich lange Teile zerlegen.

- Geometrie-Aufgabe 12:



## 44. Österreichische Mathematische Olympiade

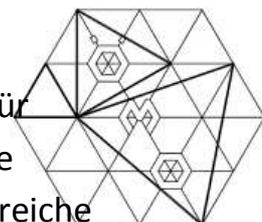
Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger

13. Juni 2013

4. Es sei  $ABC$  ein spitzwinkeliges Dreieck und  $D$  ein Punkt auf der Höhe durch  $C$ . Es seien  $E, F, G$  bzw.  $H$  die Mittelpunkte der Strecken  $AD, BD, BC$  bzw.  $AC$ .

Man zeige, dass  $E, F, G$  und  $H$  ein Rechteck bilden.

Freier  
Platz für  
diverse  
Eva-Streiche



## 41. Österreichische Mathematik Olympiade

Gebietswettbewerb für Fortgeschrittene

15. April 2010

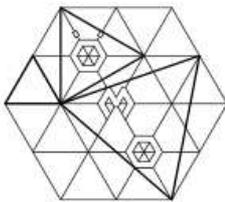
3. Sei  $\triangle ABC$  ein Dreieck und sei  $D$  ein Punkt auf der Seite  $BC$ . Seien  $U$  bzw.  $V$  die Umkreismittelpunkte der Dreiecke  $\triangle ABD$  bzw.  $\triangle ADC$ . Zeige, dass die Dreiecke  $\triangle ABC$  und  $\triangle AUV$  ähnlich sind.



# Mathematik-Olympiadekurs für Anfänger

2016/17, Dr. Resel, Di 14.45-16.25, Einheiten 8 bis 13: 6., 13. & 20. 12. sowie 10., 17. & 24. 1. (Blatt 6/7)

- Geometrie-Aufgabe 13:



## 45. Österreichische Mathematik-Olympiade

Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger

12. Juni 2014

Es sei  $ABC$  ein Dreieck. Die Mittelpunkte der Seiten  $BC$ ,  $AC$  und  $AB$  werden mit  $D$ ,  $E$  bzw.  $F$  bezeichnet.

Die beiden Schwerlinien  $AD$  und  $BE$  sollen aufeinander normal stehen und die Längen  $\overline{AD} = 18$  und  $\overline{BE} = 13,5$  haben.

Man berechne die Länge der dritten Schwerlinie  $CF$  dieses Dreiecks.

- Geometrie-Aufgabe 14:



## 46. Österreichische Mathematik-Olympiade

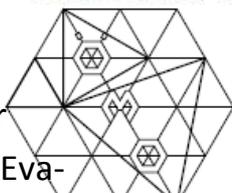
Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger

9. Juni 2015

4. Der Kreis  $k_2$  berührt den Kreis  $k_1$  von innen im Punkt  $X$ . Der Punkt  $P$  liegt auf keiner der beiden Kreislinien und nicht auf der Geraden durch die beiden Kreismittelpunkte. Der Punkt  $N_1$  ist jener Punkt auf  $k_1$ , der  $P$  am nächsten liegt, und  $F_1$  ist jener Punkt auf  $k_1$ , der von  $P$  am weitesten entfernt ist. Analog ist der Punkt  $N_2$  jener Punkt auf  $k_2$ , der  $P$  am nächsten liegt, und  $F_2$  ist jener Punkt auf  $k_2$ , der von  $P$  am weitesten entfernt ist.

Man beweise, dass  $\sphericalangle N_1 X N_2 = \sphericalangle F_1 X F_2$  gilt.

Freier  
Platz für  
diverse Eva-



## 47. Österreichische Mathematik-Olympiade

Gebietswettbewerb für Fortgeschrittene

31. März 2016

4. Es sei  $ABC$  ein Dreieck mit  $AC > AB$  und dem Umkreismittelpunkt  $U$ . Die Tangenten an den Umkreis in den Punkten  $A$  und  $B$  schneiden einander im Punkt  $T$ . Die Symmetrale der Seite  $BC$  schneidet die Seite  $AC$  im Punkt  $S$ .

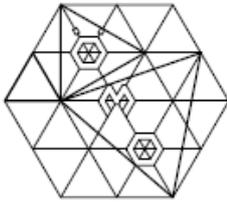
Man zeige:

- Die Punkte  $A$ ,  $B$ ,  $S$ ,  $T$  und  $U$  liegen auf einem Kreis.
- Die Gerade  $ST$  ist parallel zur Seite  $BC$ .

## Mathematik-Olympiadekurs für Anfänger

2016/17, Dr. Resel, Di 14.45-16.25, Einheiten 8 bis 13: 6., 13. & 20. 12. sowie 10., 17. & 24. 1. (Blatt 7/7)

- Geometrie-Aufgabe 15:



47. Österreichische Mathematik-Olympiade  
Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger  
16. Juni 2016

4. Es sei  $ABCDE$  ein konvexes Fünfeck mit fünf gleich langen Seiten und rechten Winkeln in den Eckpunkten  $C$  und  $D$ . Weiters sei  $P$  der Schnittpunkt der Diagonalen  $AC$  und  $BD$ . Man beweise, dass die Strecken  $PA$  und  $PD$  gleich lang sind.

Mit zweitem Semester wechseln wir ein weiteres Mal das Themengebiet und gehen vom „GEOMETRIE“-Kapitel zu einem der folgenden geistigen Leckerbissen über ...

- GLEICHUNGEN
- ZAHLENTHEORIE („SPIELTHEORIE“, aber nicht mit der echten SPIELTHEORIE – u.a. John Nash – zu verwechseln)

..., welches uns dann den Februar und einen Großteil des März über auf Trab halten wird.

Beim Lion King-Duo, Martini-Martoni-Florentinchen-Gansl, Hat-Man, Super-Mario, Tokio, Eva, Karl, Alibert 2 und unserem Buslenker sowie Ma(m)i and last but not least dem Winkel(jagd)experten wird es jedenfalls alles andere als langweilig werden! ☺