AHS HEUSTADELGASSE

Mathematik-Olympiadekurs für Anfänger

2016/17, Dr. Resel, Di 14.45-16.25, Einheiten 8 bis 13: 6., 13. & 20. 12. sowie 10., 17. & 24. 1. (Blatt 1/7)

- Grundlagen der Geometrie 1 (Komplementär- und Supplementärwinkel, Innenwinkelsummensatz, Winkeljagd, Thales- & Peripheriewinkelsatz)

- Grundlagen der Geometrie 2 (Analytische Geometrie mittels linearer Funktionen und elementarer Vektorrechnung)

- Geometrie-Aufgabe 1:

31. Österreichische Mathematik Olympiade
Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger
15. Juni 2000

4. Sei $ABCDEFG$ die Hälfte eines regelmäßigen Zwölfecks.

   Sei P der Schnittpunkt der Geraden AB und GF und Q der Schnittpunkt der Geraden AC und GE.

   Man zeige: Q ist der Umkreismittelpunkt ds Dreiecks AGP.

- Geometrie-Aufgabe 2:

32. Österreichische Mathematik Olympiade
Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger
7. Juni 2001

4. Es sei ABC ein Dreieck mit den Winkeln α und β größer als 45°.

   Über der Seite AB errichten wir ein gleichschenkelig rechtwinkeliges Dreieck ABR mit der Hypotenuse AB und R im *Inneren* des Dreiecks ABC.

   Analog errichten wir über BC und AC gleichschenkelig rechwinkleige Dreiecke CBP und ACQ, aber mit den Ecken P und Q (jeweils beim rechten Winkel) *außerhalb* des Dreiecks ABC.

   Man zeige, dass $CQRP$ ein Parallelogramm ist.

AHS HEUSTADELGASSE

Mathematik-Olympiadekurs für Anfänger

2016/17, Dr. Resel, Di 14.45-16.25, Einheiten 8 bis 13: 6., 13. & 20. 12. sowie 10., 17. & 24. 1. (Blatt 2/7)

- Geometrie-Aufgabe 3:

34. Österreichische Mathematik Olympiade
Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger
12. Juni 2003

4. Man zeige: Jedes einem Quadrat umschriebene Rechteck ist selbst ein Quadrat.

   (Ein Rechteck ist einem Quadrat umschrieben, wenn auf jeder Rechteckseite genau ein Eckpunkt des Quadrats liegt.)

- Geometrie-Aufgabe 4:

36. Österreichische Mathematik Olympiade
Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger
16. Juni 2005

4. Gegeben ist das Dreieck ABC mit dem Flächeninhalt 2000. P, Q, R seien die Mittelpunkte der Seiten BC, AC, AB. U, V, W seien die Mittelpunkte der Seiten QR, RP, PQ. Die Längen der Strecken AU, BV, CW seien x, y, z.

   Man zeige, dass ein Dreieck mit den Seiten x, y, z existiert und berechne seinen Flächeninhalt.

- Geometrie-Aufgabe 5:

37. Österreichische Mathematik Olympiade
Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger
13. Juni 2006

4. Man zeige: Hat ein Dreieck zwei gleich große Ankreise, so ist es gleichschenkelig.

   (Hinweis: Der Ankreis des Dreiecks ABC zur Seite a berührt die Verlängerungen der Seiten AB und AC und die Seite BC.)

AHS HEUSTADELGASSE

Mathematik-Olympiadekurs für Anfänger

2016/17, Dr. Resel, Di 14.45-16.25, Einheiten 8 bis 13: 6., 13. & 20. 12. sowie 10., 17. & 24. 1. (Blatt 3/7)

- Geometrie-Aufgabe 6:

38. Österreichische Mathematische Olympiade

Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger

14. Juni 2007

4. Wir betrachten ein Parallelogramm $ABCD$, in dem der Mittelpunkt M der Seite CD auf der Winkelsymmetrale von $\measuredangle BAD$ liegt.

   Man zeige, dass $\measuredangle AMB$ ein rechter Winkel ist.

- Geometrie-Aufgabe 7:

39. Österreichische Mathematische Olympiade

Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger

17. Juni 2008

4. Sei ABC ein spitzwinkeliges Dreieck, in dem sich die Winkelsymmetrale des Winkels $\measuredangle BAC$, die Höhe durch B und die Symmetrale der Seite AB in einem Punkt schneiden.

   Man bestimme die Größe des Winkels $\alpha = \measuredangle BAC$.

- Geometrie-Aufgabe 8:

40. Österreichische Mathematik Olympiade

Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger

23. Juni 2009

4. Der Mittelpunkt M des Quadrates $ABCD$ wird an C gespiegelt. Dadurch erhält man den Punkt E. Der Schnittpunkt des Umkreises des Dreiecks BDE mit der Strecke AM wird mit S bezeichnet.

   Man zeige, dass S die Strecke AM halbiert.

AHS HEUSTADELGASSE

Mathematik-Olympiadekurs für Anfänger

2016/17, Dr. Resel, Di 14.45-16.25, Einheiten 8 bis 13: 6., 13. & 20. 12. sowie 10., 17. & 24. 1. (Blatt 4/7)

- Geometrie-Aufgabe 9:

41. Österreichische Mathematik Olympiade

Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger

15. Juni 2010

4. Im rechtwinkeligen Dreieck ABC mit rechtem Winkel bei C sei die Seite BC länger als die Seite AC. Die Streckensymmetrale von AB schneide die Gerade BC im Punkt D und die Gerade AC im Punkt E. Die Strecke DE sei gleich lang wie die Seite AB.

   Wie groß sind die Winkel des Dreiecks ABC?

- Geometrie-Aufgabe 10:

42. Österreichische Mathematische Olympiade

Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger

16. Juni 2011

4. Es sei ABC ein gleichschenkeliges Dreieck mit $\overline{AC} = \overline{BC}$. Auf dem Bogen CA seines Umkreises, der B nicht enthält, liege ein Punkt P. Der Fußpunkt der Normalen durch C auf die Gerade AP werde mit E bezeichnet, der Fußpunkt der Normalen durch C auf die Gerade BP werde mit F bezeichnet.

   Man beweise, dass die Strecken AE und BF gleich lang sind.

Freier Platz für diverse Eva-Streiche

35. Österreichische Mathematik Olympiade

Gebietswettbewerb für Fortgeschrittene

20. April 2004

3. Gegeben sei ein konvexes Viereck $ABCD$ mit $\measuredangle ADC = \measuredangle BCD > 90°$.
   E sei der Schnittpunkt der Geraden AC mit der Parallelen zu AD durch B und F sei der Schnittpunkt der Geraden BD mit der Parallelen zu BC durch A.
   Man zeige: EF ist parallel zu CD.

AHS HEUSTADELGASSE

Mathematik-Olympiadekurs für Anfänger

2016/17, Dr. Resel, Di 14.45-16.25, Einheiten 8 bis 13: 6., 13. & 20. 12. sowie 10., 17. & 24. 1. (Blatt 5/7)

- Geometrie-Aufgabe 11:

43. Österreichische Mathematische Olympiade

Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger

11. Juni 2012

4. Gegeben sei eine Strecke AB. Wir errichten über und unter AB die gleichseitigen Dreiecke ABC bzw. ADB. Wir bezeichnen die Mittelpunkte von AC und BC mit E bzw. F.

   Man zeige, dass die Geraden DE und DF die Strecke AB in drei gleich lange Teile zerlegen.

- Geometrie-Aufgabe 12:

44. Österreichische Mathematische Olympiade

Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger

13. Juni 2013

4. Es sei ABC ein spitzwinkeliges Dreieck und D ein Punkt auf der Höhe durch C. Es seien E, F, G bzw. H die Mittelpunkte der Strecken AD, BD, BC bzw. AC.

   Man zeige, dass E, F, G und H ein Rechteck bilden.

Freier Platz für diverse Eva-Streiche

41. Österreichische Mathematik Olympiade

Gebietswettbewerb für Fortgeschrittene

15. April 2010

3. Sei $\triangle ABC$ ein Dreieck und sei D ein Punkt auf der Seite BC. Seien U bzw. V die Umkreismittelpunkte der Dreiecke $\triangle ABD$ bzw. $\triangle ADC$. Zeige, dass die Dreiecke $\triangle ABC$ und $\triangle AUV$ ähnlich sind.

AHS HEUSTADELGASSE

Mathematik-Olympiadekurs für Anfänger

2016/17, Dr. Resel, Di 14.45-16.25, Einheiten 8 bis 13: 6., 13. & 20. 12. sowie 10., 17. & 24. 1. (Blatt 6/7)

- Geometrie-Aufgabe 13:

45. Österreichische Mathematik-Olympiade

Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger

12. Juni 2014

Es sei ABC ein Dreieck. Die Mittelpunkte der Seiten BC, AC und AB werden mit D, E bzw. F bezeichnet.

Die beiden Schwerlinien AD und BE sollen aufeinander normal stehen und die Längen $\overline{AD} = 18$ und $\overline{BE} = 13{,}5$ haben.

Man berechne die Länge der dritten Schwerlinie CF dieses Dreiecks.

- Geometrie-Aufgabe 14:

46. Österreichische Mathematik-Olympiade

Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger

9. Juni 2015

4. Der Kreis k_2 berührt den Kreis k_1 von innen im Punkt X. Der Punkt P liegt auf keiner der beiden Kreislinien und nicht auf der Geraden durch die beiden Kreismittelpunkte. Der Punkt N_1 ist jener Punkt auf k_1, der P am nächsten liegt, und F_1 ist jener Punkt auf k_1, der von P am weitesten entfernt ist. Analog ist der Punkt N_2 jener Punkt auf k_2, der P am nächsten liegt, und F_2 ist jener Punkt auf k_2, der von P am weitesten entfernt ist.

   Man beweise, dass $\sphericalangle N_1XN_2 = \sphericalangle F_1XF_2$ gilt.

Freier Platz für diverse Eva-Streiche

47. Österreichische Mathematik-Olympiade

Gebietswettbewerb für Fortgeschrittene

31. März 2016

4. Es sei ABC ein Dreieck mit $AC > AB$ und dem Umkreismittelpunkt U. Die Tangenten an den Umkreis in den Punkten A und B schneiden einander im Punkt T. Die Symmetrale der Seite BC schneidet die Seite AC im Punkt S.

   Man zeige:

   (a) Die Punkte A, B, S, T und U liegen auf einem Kreis.

   (b) Die Gerade ST ist parallel zur Seite BC.

AHS HEUSTADELGASSE

Mathematik-Olympiadekurs für Anfänger

2016/17, Dr. Resel, Di 14.45-16.25, Einheiten 8 bis 13: 6., 13. & 20. 12. sowie 10., 17. & 24. 1. (Blatt 7/7)

- Geometrie-Aufgabe 15:

47. Österreichische Mathematik-Olympiade

Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger

16. Juni 2016

4. Es sei $ABCDE$ ein konvexes Fünfeck mit fünf gleich langen Seiten und rechten Winkeln in den Eckpunkten C und D. Weiters sei P der Schnittpunkt der Diagonalen AC und BD. Man beweise, dass die Strecken PA und PD gleich lang sind.

Mit zweitem Semester wechseln wir ein weiteres Mal das Themengebiet und gehen vom „GEOMETRIE"-Kapitel zu einem der folgenden geistigen Leckerbissen über …

- GLEICHUNGEN
- ZAHLENTHEORIE („SPIELTHEORIE", aber nicht mit der echten SPIELTHEORIE – u.a. John Nash – zu verwechseln)

…, welches uns dann den Februar und einen Großteil des Märzes über auf Trab halten wird.

Beim Lion King-Duo, Martini-Martoni-Florentinchen-Gansl, Hat-Man, Super-Mario, Tokio, Eva, Karl, Alibert 2 und unserem Buslenker sowie Ma(m)i and last but not least dem Winkel(jagd)experten wird es jedenfalls alles andere als langweilig werden! ☺

Wien, im Oktober 2016. Dr. Robert Resel, eh.