



Mathematik-Olympiadekurs für Anfänger

2016/17, Dr. Resel, Di 14.45-16.25, Einheiten 14 bis 17: 28. 2. sowie 7., 14. und 21. 3. (Blatt 1/6)

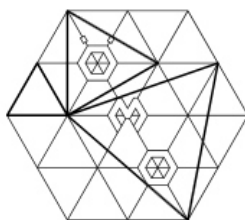
- Wiederholung von Grundlagen für Gleichungen: Kleine Lösungsformel für quadratische Gleichungen, Lösungsfälle via Diskriminante
- Gleichungs-Aufgabe 1:



31. Österreichische Mathematik Olympiade
Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger
15. Juni 2000

1. Es sei a eine reelle Zahl. Man bestimme in Abhängigkeit von a alle Paare (x, y) reeller Zahlen, die die Gleichung $(x - y^2)(y - x^2) + x^3 + y^3 = a$ erfüllen.

- Gleichungs-Aufgabe 2:



32. Österreichische Mathematik Olympiade
Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger
7. Juni 2001

2. Wie betrachten die quadratischen Gleichungen $x^2 - 2mx - 1 = 0$, wobei m eine beliebige reelle Zahl sein kann.
Für welche Werte von m hat die Gleichung zwei reelle Lösungen, für die die Summe ihrer Kuben das Achtfache ihrer Summe ist?



Mathematik-Olympiadekurs für Anfänger

2016/17, Dr. Resel, Di 14.45-16.25, Einheiten 14 bis 17: 28. 2. sowie 7., 14. und 21. 3. (Blatt 2/6)

- Gleichungs-Aufgabe 3:



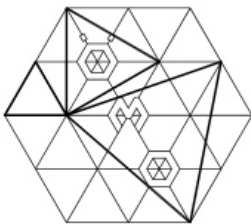
34. Österreichische Mathematik Olympiade
Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger
12. Juni 2003

1. Für die reellen Zahlen x und y gilt $\lfloor \sqrt{x} \rfloor = 10$ und $\lfloor \sqrt{y} \rfloor = 14$. Wie groß ist

$$\left\lfloor \sqrt{\left\lfloor \sqrt{x+y} \right\rfloor} \right\rfloor ?$$

(Bemerkung: Die Quadratwurzeln sind die positiven Werte.)

- Gleichungs-Aufgabe 4:



35. Österreichische Mathematik Olympiade
Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger
15. Juni 2004

3. Man bestimme den Wert des Parameters m so, dass die Gleichung

$$(m-2)x^2 + (m^2 - 4m + 3)x - (6m^2 - 2) = 0$$

reelle Lösungen hat, und die Summe der dritten Potenzen dieser Lösungen Null ergibt.



Mathematik-Olympiadekurs für Anfänger

2016/17, Dr. Resel, Di 14.45-16.25, Einheiten 14 bis 17: 28. 2. sowie 7., 14. und 21. 3. (Blatt 3/6)

- Gleichungs-Aufgabe 5:



37. Österreichische Mathematik Olympiade
Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger
13. Juni 2006

3. Sei n eine gerade positive ganze Zahl.

Wir betrachten Rechtecke mit den ganzzahligen Seitenlängen k und $k + 1$, wobei k größer als $\frac{n}{2}$ und höchstens gleich n ist.

Man zeige: Für alle geraden positiven ganzen Zahlen n ist die Summe der Flächen der jeweils betrachteten Rechtecke gleich

$$\frac{n(n+2)(7n+4)}{24}.$$

- Gleichungs-Aufgabe 6:



41. Österreichische Mathematik Olympiade
Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger
15. Juni 2010

2. In einem Nationalpark steht eine Baumgruppe von Mammutbäumen, die alle ein positives ganzzahliges Alter haben. Ihr Durchschnittsalter beträgt 41 Jahre. Nachdem ein 2010 Jahre alter Baum vom Blitz zerstört wird, sinkt das Durchschnittsalter auf 40 Jahre.

Wie viele Bäume waren ursprünglich in der Gruppe? Höchstens wie viele von ihnen waren genau 2010 Jahre alt?



Mathematik-Olympiadekurs für Anfänger

2016/17, Dr. Resel, Di 14.45-16.25, Einheiten 14 bis 17: 28. 2. sowie 7., 14. und 21. 3. (Blatt 4/6)

- Gleichungs-Aufgabe 7:



42. Österreichische Mathematische Olympiade

Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger
16. Juni 2011

-
2. Es seien p und q reelle Zahlen. Die quadratische Gleichung

$$x^2 + px + q = 0$$

habe die reellen Lösungen x_1 und x_2 .

Zusätzlich gelten die folgenden zwei Bedingungen:

- (i) Die Zahlen x_1 und x_2 unterscheiden sich voneinander um genau 1.
- (ii) Die Zahlen p und q unterscheiden sich voneinander um genau 1.

Man zeige, dass dann p , q , x_1 und x_2 ganze Zahlen sind.

- Geometrie-Aufgabe 8:



43. Österreichische Mathematische Olympiade

Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger
11. Juni 2012

-
2. Ein Briefträger will n Pakete mit Gewichten $1, 2, 3, 4, \dots, n$ in drei genau gleich schwere Gruppen aufteilen. Kann ihm das gelingen, falls

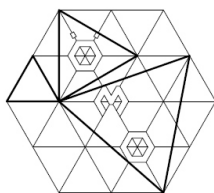
- (a) $n = 2011$
- (b) $n = 2012$

gilt?

Mathematik-Olympiadekurs für Anfänger

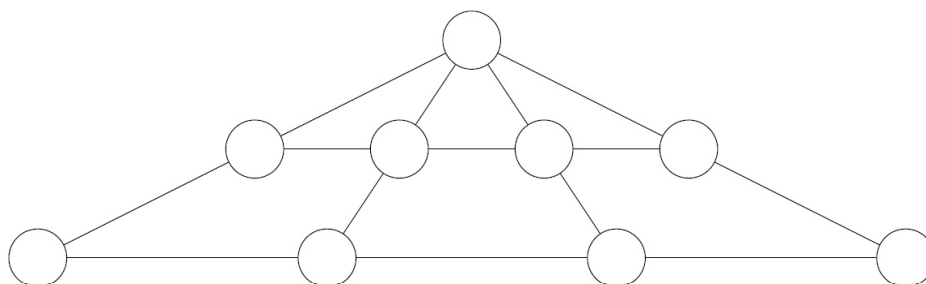
2016/17, Dr. Resel, Di 14.45-16.25, Einheiten 14 bis 17: 28. 2. sowie 7., 14. und 21. 3. (Blatt 5/6)

- Gleichungs-Aufgabe 9:



47. Österreichische Mathematik-Olympiade
Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger
16. Juni 2016

3. Wir betrachten die folgende Figur:



Wir suchen Beschriftungen der neun Felder in der Figur mit den Zahlen $1, 2, \dots, 9$. Dabei soll jede dieser Zahlen genau einmal verwendet werden. Weiters sollen die sechs Summen von jeweils drei bzw. vier Zahlen längs der eingezeichneten geraden Verbindungen gleich sein.

Man gebe eine solche Beschriftung an.

Man zeige, dass bei allen solchen Beschriftungen im obersten Feld die selbe Zahl steht.

Wie viele solche Beschriftungen gibt es insgesamt? (Zwei Beschriftungen sind verschieden, wenn sie sich in mindestens einem Feld unterscheiden.)

- Gleichungs-Aufgabe 10:

Beweise:

Sind p und q die Hypotenusenabschnitte und c die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, so hat die quadratische Gleichung $\boxed{(x-p) \cdot (x-q) + (x-q) \cdot (x-c) + (x-c) \cdot (x-p) = 0}$ stets zwei verschiedene reelle Lösungen.



Mathematik-Olympiadekurs für Anfänger

2016/17, Dr. Resel, Di 14.45-16.25, Einheiten 14 bis 17: 28. 2. sowie 7., 14. und 21. 3. (Blatt 6/6)

- Gleichungs-Aufgabe 11:



37. Österreichische Mathematische Olympiade 2006

Kurswettbewerb für Anfänger

Kursleiter: Dr. Robert Resel

Termin: Mo, 08. Mai 2006

3. a und b seien die Katheten, c die Hypotenuse, p und q die Hypotenusenabschnitte sowie h die Höhe auf die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks. Zeige, dass die quadratische Gleichung $(x-p)(x-q) + (x-a)(x-b) - (x-c)(x-h) = 0$ genau dann zwei voneinander verschiedene reelle Lösungen hat, wenn $a+b > 3h$ gilt!

- Gleichungs-Aufgabe 12:

Undersite für den Mathematik-Olympiadekurs für Anfänger

4A/4C/4E/5A/5B/6D, Schuljahr 2016/17

Liebe Belinda, liebe Mai, werte Herren!

Willkommen auf eurer undersite:

Ungleichungsbeispiele zur ersten Einheit

Ungleichungsbeispiele zur zweiten Einheit sowie zusätzliches kognitives Futter für die "Burgerin" und den "Löwen" (Auszug aus einem meiner nächsten Bücher)

Restliche Ungleichungsbeispiele für (Rest-)Oktober/November (dritte bis siebte Einheit)

NEU (27.10.2016): Alle Geometriebeispiele für Dezember/Jänner (achte bis 13. Einheit)

NEU (25.1.2017): Vermischte Aufgaben zu Geometrie, Gleichungen und Ungleichungen sowie Zahlentheorie

Aufgabe 3 aus dem Kurswettbewerb für Anfänger vom 23. Mai 2007

Wien, im Februar 2017.

Dr. Robert Resel, eh.