

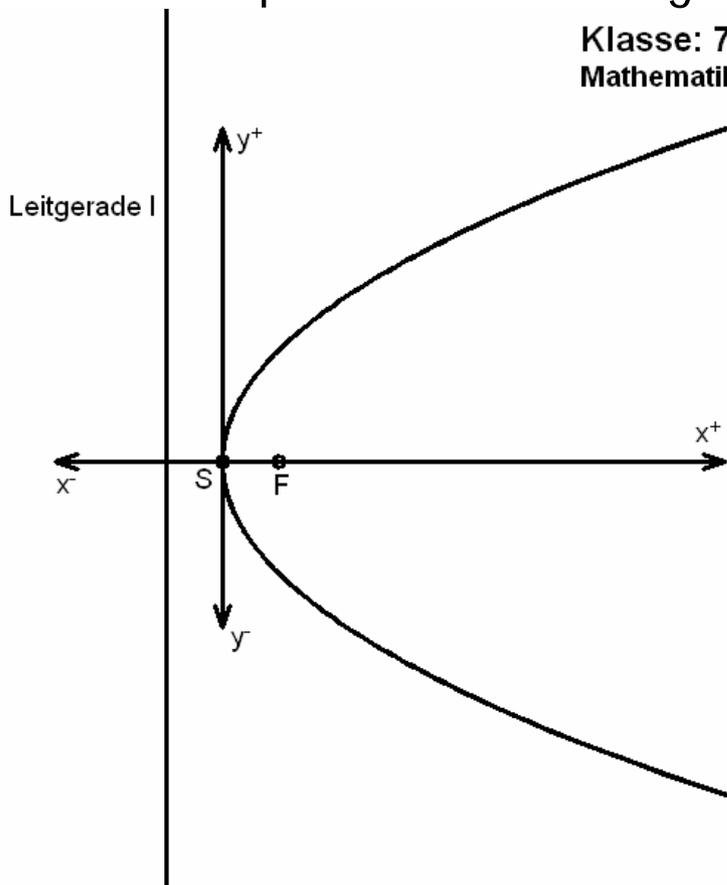
Für die in der unteren Grafik abgebildete Parabel par (Parabel in erster Hauptlage) gilt die Gleichung $\boxed{\text{par.: } y^2 = 2px}$, wobei $F(\frac{p}{2}|0)$ der Brennpunkt (oder **F**ocus) und $l [l: x = -\frac{p}{2}]$ die Leitgerade (oder Direktrix) von par ist. Wie schon andernorts bewiesen, hat jeder Punkt X auf par die Eigenschaft, dass $d(X,l)=XF$ gilt. Dies trifft insbesondere auf den Parabelscheitel S zu, für welchen dieser identische Abstand exakt $\frac{p}{2}$ beträgt. Nun liegt F zwar nicht auf par, doch läßt sich aus der Abbildung unschwer ablesen, dass $d(F,l)=p$ gilt, womit sich der Parabelparameter p demnach als Normalabstand



.....



des Brennpunkts von der Leitgerade interpretieren läßt.



Klasse: 7D(Rg)
Mathematik bei ...

Schuljahr 2008/09
... Dr. R. RESEL

Analytische Geometrie der Parabel

Um im Punkt $T(x_T|y_T)$ die Tangente t_T zu legen, gehen wir vom Ansatz $\boxed{t_T: y = kx+d}$ aus, woraus wegen $T \in t_T$ zunächst $y_T = kx_T+d$ bzw. $d = y_T - kx_T$ und somit schließlich $\boxed{t_T: y = kx + y_T - kx_T}$ folgt. Multiplikation der Gleichung mit $2p$ und anschließende Substitution von $2px$ durch y^2 führt dann auf den Schnitt mit par:

$$t_T \cap \text{par: } 2py = ky^2 + 2py_T - 2pkx_T \quad [\text{Beachte: } T \in \text{par} \Rightarrow y_T^2 = 2px_T \quad \text{☺}]$$

$$0 = ky^2 - 2py + 2py_T - ky_T^2$$

$$0 = y^2 - \frac{2p}{k}y + \frac{2p}{k}y_T - y_T^2 \quad (*)$$

$$0 = (y - \frac{p}{k})^2$$

$$\Rightarrow \frac{p}{k} = y_T \Rightarrow k = \frac{p}{y_T} \Rightarrow$$

Damit wirklich nur 1 gemeinsamer Berührungspunkt vorliegt, muss die entstehende quadratische Gleichung eine Doppellösung haben, d.h. die rechte Seite von (*) muss ein vollständiges Quadrat sein.

$$t_T: y = \frac{p}{y_T}x + y_T - \frac{p}{y_T}x_T \quad \text{bzw.}$$

$$t_T: y_T y = px + y_T^2 - px_T \quad \text{bzw.} \quad \boxed{t_T: y_T y = px + px_T} \quad (\text{"Spaltform" der Tangente}).$$