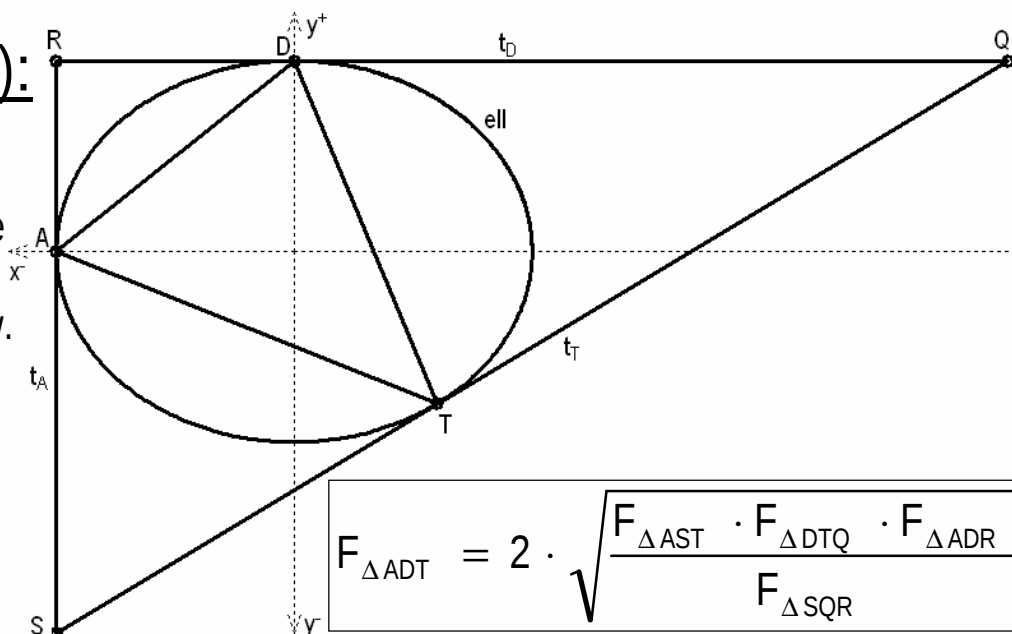


2. Schularbeit (zweistündig), Gruppe A

Aufgabe 1 (Ellipse):

In nebenstehender Abbildung ist eine Ellipse ell sowie einer ihrer Punkte T samt Tangente t_T illustriert. Letztere begrenzt zusammen mit der linken bzw. oberen Scheiteltangente t_A bzw. t_D ein Dreieck $\triangle QRS$, welches in die Dreiecke $\triangle AST$, $\triangle DTQ$, $\triangle ADR$ und $\triangle ATD$ unterteilt werden kann.



$$F_{\triangle ADT} = 2 \cdot \sqrt{\frac{F_{\triangle AST} \cdot F_{\triangle DTQ} \cdot F_{\triangle ADR}}{F_{\triangle SQR}}}$$

Dann lässt sich der Flächeninhalt $F_{\triangle ADT}$ des Dreiecks $\triangle ADT$ durch nebenstehende allgemeingültige Formel berechnen.

Verifiziere diese Formel für jene Ellipse in Hauptlage, welche in $P(x_P|12)$ von t_P [$t_P: 16x + 15y = 500$] berührt wird. Wähle für T den Punkt $T(x_T|-16)$!

Aufgabe 2 (Parabel):

Für jede Parabel par in erster Hauptlage gilt der folgende elementargeometrische

SATZ. Legt man in einem Punkt $T(x_T|y_T)$ die Tangente t_T an par , so gilt für das Produkt $\wp$ der Normalabstände des Parabelscheitels S und des Parabelbrennpunkts F von t_T nebenstehende Formel.

$$y = f(x) = \frac{x^4 + 9}{x^2 + 4}$$

Aufgabe 4 (Differentialrechnung):
Ermittle (inkl. Klassifikation mittels zweiter Ableitung) die Extrempunkte des Graphen der Funktion f mit untenstehender Funktionsgleichung:

Bestätige die Gültigkeit dieser Formel am konkreten Beispiel jener Parabel par in erster Hauptlage, welche die Gerade t [$t: 3x - 4y + 18 = 0$] als Tangente besitzt. Wähle hierbei für T den Berührungspunkt von t und par !

$$\wp = x_T \cdot x_F$$

Aufgabe 3 (Hyperbel):

Für jede gleichseitige Hyperbel hyp in erster Hauptlage mit der halben (Haupt)achsenlänge a gilt der folgende elementargeometrische

SATZ. Legt man in einem Punkt $T(x_T|y_T)$ die Tangente t_T an hyp , so gilt für das Produkt $\wp$ der Normalabstände der Hyperbelscheitel von t_T nebenstehende Formel.

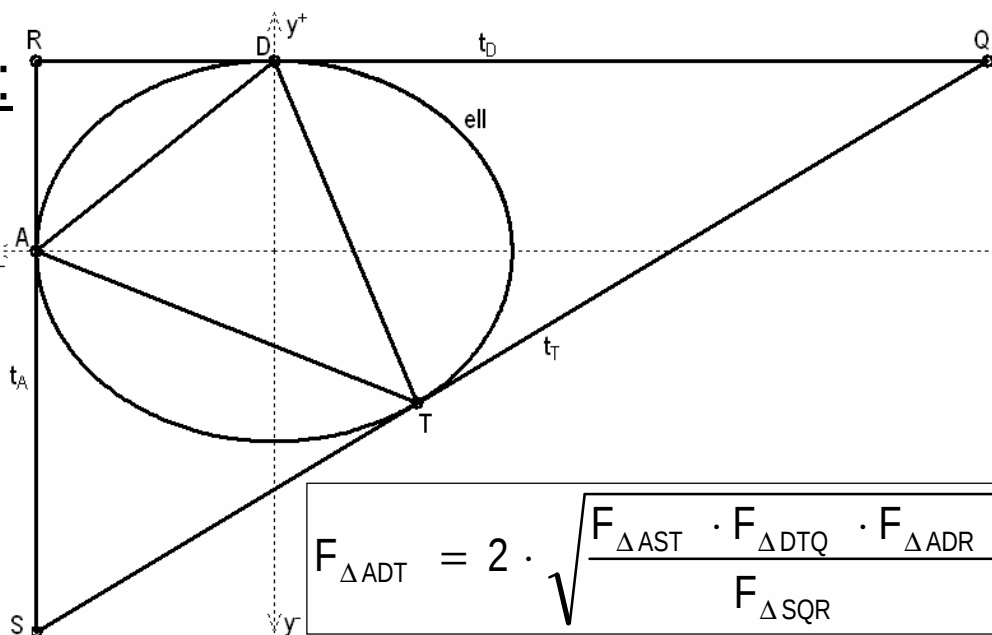
$$\wp = \frac{a^2}{\left(\frac{x_T}{y_T}\right)^2 + 1}$$

Kontrolliere diesen Lehrsatz anhand der Hyperbel hyp [$hyp: x^2 - y^2 = 16$], wobei T der Gitterpunkt unter den Schnittpunkten von hyp mit g [$P(-9|-15)$, $Q(26|30)$] ist.

2. Schularbeit (zweistündig), Gruppe B

Aufgabe 1 (Ellipse):

In nebenstehender Abbildung ist eine Ellipse ell sowie einer ihrer Punkte T samt Tangente t_T illustriert. Letztere begrenzt zusammen mit der linken bzw. oberen Scheiteltangente t_A bzw. t_D ein Dreieck $\triangle QRS$, welches in die Dreiecke $\triangle AST$, $\triangle DTQ$, $\triangle ADR$ und $\triangle ATD$ unterteilt werden kann.



$$F_{\triangle ADT} = 2 \cdot \sqrt{\frac{F_{\triangle AST} \cdot F_{\triangle DTQ} \cdot F_{\triangle ADR}}{F_{\triangle SQR}}}$$

Dann lässt sich der Flächeninhalt $F_{\triangle ADT}$ des Dreiecks $\triangle ADT$ durch nebenstehende allgemeingültige Formel berechnen.

Verifiziere diese Formel für jene Ellipse in Hauptlage, welche in $P(x_P|16)$ von $t_P: 3x + 5y = 125$ berührt wird. Wähle für T den Punkt $T(x_T|-12)$!

Aufgabe 2 (Parabel):

Für jede Parabel par in erster Hauptlage gilt der folgende elementargeometrische

SATZ. Legt man in einem Punkt $T(x_T|y_T)$ die Tangente t_T an par , so gilt für das Produkt $\wp$ der Normalabstände des Parabelscheitels S und des Parabelbrennpunkts F von t_T nebenstehende Formel.

$$y = f(x) = \frac{x^4 + 64}{x^2 + 6}$$

Ermittle (inkl. Klassifikation mittels zweiter Ableitung!) die Extrempunkte des Graphen der Funktion f mit unterstehender Funktionsgleichung!

Aufgabe 4 (Differentialrechnung):

Bestätige die Gültigkeit dieser Formel am konkreten Beispiel jener Parabel par in erster Hauptlage, welche die Gerade $t: 5x - 8y + 320 = 0$ als Tangente besitzt. Wähle hierbei für T den Berührungspunkt von t und par !

$$\wp = x_T \cdot x_F$$

Aufgabe 3 (Hyperbel):

Für jede gleichseitige Hyperbel hyp in erster Hauptlage mit der halben (Haupt)achsenlänge a gilt der folgende elementargeometrische

SATZ. Legt man in einem Punkt $T(x_T|y_T)$ die Tangente t_T an hyp , so gilt für das Produkt $\wp$ der Normalabstände der Hyperbelscheitel von t_T nebenstehende Formel.

$$\wp = \frac{a^2}{\left(\frac{x_T}{y_T}\right)^2 + 1}$$

Kontrolliere diesen Lehrsatz anhand der Hyperbel $hyp: x^2 - y^2 = 9$, wobei T der Gitterpunkt unter den Schnittpunkten von hyp mit $g: [P(-10|-17), Q(25|32)]$ ist.