Eine besondere Bruchgleichung aus der Zahlentheorie für die Regner-Gang aka 4E der hsg

Zwischen den Stammbrüchen $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{6}$ besteht die ganz besonders schöne Beziehung

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1,$$

was nun die *folgende Frage* aufwirft:

Gibt es neben $(a|b|c) = (2|3|6)$ *noch ein weiteres Zahlentripel* $(a|b|c)$ *mit*

$$a = x - 1,\ b = x \text{ und } c = x(x-1), \text{ sodass } \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x(x-1)} = 1 \text{ gilt?}$$

Begründe, warum es kein weiteres derartiges Tripel

gibt oder berechne (ein) weitere(s) derartige(s) Tripel!

Beantworte *ebenjene Frage*, indem du all dein von Prof. Schweiger vermitteltes Wissen und Können über Bruchterme und Bruchgleichungen (u.a. Definitions- und Lösungsmenge) anwendest!

Tip: Beginne zum Aufwärmen mit dem Lösen der Bruchgleichung

$$\frac{9}{x-11} - \frac{2}{x+11} = \frac{44}{x^2 - 121}$$

und beziehe deine dadurch erlangte Erkenntnis in die Beantwortung der *obigen Frage* mitein!

Zusätzliche Herausforderung: Es gilt

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = 1 - \frac{2}{16},$$

wodurch $x_1 = 2$ **eine Lösung** der Bruchgleichung

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} = 1 - \frac{2}{x^4} \quad (\#)$$

ist. Wie sieht es mit weiteren Lösungen von (#) aus?

Wien, im April 2019. Dr. Robert Resel, eh.