

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	4
2	Analysis	9
2.1	Überbestimmte Gleichungssysteme: Der analytische Blickwinkel	9
2.2	Harmonische Funktionen	11
2.2.1	Grundlegendes zum Thema	11
2.2.2	Die Mittelwerteigenschaften harmonischer Funktionen	11
2.2.3	Geometrische Eigenschaften harmonischer Funktionen	20
2.3	Neue Darstellungen der EULERSchen Zahl mit rascher Konvergenz	28
2.4	Eine Anwendung der EULERSchen Formel	32
2.5	Eine funktionentheoretische Herleitung	36
2.6	Zum WALLISSchen Produkt und dem Integral $\int_0^\infty e^{-x^2} \cdot dx$	39
2.7	Einige Anwendungen der EULERSchen Formeln	40
2.8	Bemerkungen zur partiellen Integration	43
2.9	Ein bestimmtes Integral aus der Stochastik	44
2.10	Iteratives Lösen quadratischer Gleichungen	46
2.11	Harmonische Folgen	48
2.12	Eine interessante Proportion	50
2.13	Eine ästhetische Wendestellenformel	52
2.14	Drei besondere Kurvenscharen	54
2.15	Über Umfänge und Oberflächeninhalte	59
2.16	Substitutionsregel-Sektorformel-Hyperbelfunktionen	69
3	Stochastik	74
3.1	Lineare Regression	74
3.2	Quadratische Regression	79
3.3	Ergänzungen zur quadratischen und zur linearen Regression	81
3.4	Zur χ^2 -Verteilung	83
4	Zahlentheorie	99
4.1	Periodenlängen von Stammbrüchen	99
4.2	Divisionen und geometrische Reihen	100
5	Algebra	103
5.1	Zum arithmetischen, geometrischen und harmonischen Mittel	103
5.2	Mehr zum arithmetischen, geometrischen und harmonischen Mittel	105
5.3	Drehungen im \mathbb{R}^n und die $SO(n)$	107
5.4	Ein alternativer Weg zur $SO(3)$	110
5.5	Konstruktion der $SO(4)$	114
5.6	Exaktes grafisches Lösen quadratischer Gleichungen via Kreis	126
5.7	Ein aus den Kugelkoordinaten generiertes Vektorprodukt des \mathbb{R}^3	129
5.8	Eine kurze Bemerkung zur kleinen Lösungsformel	135
5.9	Eine zweite kurze Bemerkung zur kleinen Lösungsformel	136
5.10	Ein etwas ungewöhnlicher Blick auf quadratische Gleichungen	137
5.11	Eine weitere Bemerkung zu quadratischen Gleichungen	138

5.12	Eine besondere lineare Abbildung	140
5.13	Ein genetischer Zugang zur CARDANO-Formel	145
5.14	Eine interessante Untergruppe der $SO(3)$	146
5.15	Summenformeln, Teil 1: Kombinatorik	150
5.16	Summenformeln, Teil 2	151
5.17	Summenformeln, Teil 3	152
5.18	Summenformeln, Teil 4	153
5.19	Summenformeln, Teil 5	154
5.20	Summenformeln, Teil 6	155
5.21	Summenformeln, Teil 7	156
5.22	Summenformeln, Teil 8	157
5.23	Eine alternative Parametrisierung pythagoreischer Tripel	159
6	Geometrie	160
6.1	Ein (geo)metrisch motivierter Zugang zum Skalarprodukt	160
6.2	Ein (geo)metrisch motivierter Zugang zur Determinante	167
6.3	Überbestimmte Gleichungssysteme: Der geometrische Blickwinkel	176
6.4	Dreiecksgeometrie	178
6.4.1	Höhenschnittpunkte und Kegelschnitte	178
6.4.2	Ein schöner Dreieckssatz	182
6.4.3	Ein weiterer schöner Dreieckssatz	183
6.5	Die Raute als Generator für Skalarprodukt und Determinante	184
6.6	Schmankerln aus der technischen Mathematik	186
6.6.1	Der MOHRsche Spannungskreis	186
6.6.2	Die MOHRsche Sicherheitsparabel	188
6.7	HESSEsche Abstandsformel, Winkelfunktionen und eine Bemerkung zur Stochastik	189
6.8	Ein alternativer Zugang zur Flächeninhaltsformel des Trapezes	191
6.9	Gleichseitige Dreiecke und parallele Geraden	193
6.10	Bemerkung zu den Doppelwinkelformeln des (Co)-Sinus	195
6.11	Trigonometrische Sommensätze und Geodäsie	196
6.12	Projektive Geometrie, lineare Algebra & Analysis	199
6.13	Ein wenig algebraische Geometrie	204
6.13.1	Ein interessanter Satz über kubische Kurven	204
6.13.2	Über kubische Kurven und komplexe Elemente	207
6.14	Weitere neue PYTHAGORAS-Beweise	211
6.14.1	Ein erster neuer Beweis des Satzes von PYTHAGORAS	211
6.14.2	Ein zweiter neuer Beweis des Satzes von PYTHAGORAS	213
6.14.3	Ein dritter neuer Beweis des Satzes von PYTHAGORAS	214
6.14.4	Ein vierter neuer Beweis des Satzes von PYTHAGORAS	215
6.14.5	Ein fünfter neuer Beweis des Satzes von PYTHAGORAS	218
6.14.6	Ein sechster neuer Beweis des Satzes von PYTHAGORAS	220
6.14.7	Ein siebenter neuer Beweis des Satzes von PYTHAGORAS	221
6.15	Kegelschnitte	222
6.15.1	Eine feste Ellipse oskulierende Parabelschar	222
6.15.2	Mongesche Leitkreise/Klassifikation von Kurven 2. Grades	224
6.15.3	Ein Hyperbelsatz	229

6.15.4	Harmonische Punktequadrupel und Kegelschnitte	230
6.15.5	Eine neue Krümmungskreis konstruktion für die Parabel	232
6.15.6	Entartete Kegelschnitte	236
6.15.7	Zur Klassifikation von Kegelschnitten	238
6.15.8	Flächeninhalte von Ellipsen in allgemeiner Lage	239
6.15.9	Ein Satz von GRASSMANN über Dreiecksgeometrie und gleichseitige Hyperbeln	240
6.15.10	Aus Ellipsen wird eine Parabel - projektive Geometrie!	245
6.15.11	Eine einer Ellipse zugeordnete gleichseitige Hyperbel	246
6.15.12	Einhüllende einer Ellipsenschar	252
6.15.13	Zur Reflexionseigenschaft der Parabel(tangente)	254
6.15.14	Parabelpolaren alternativ	256
6.15.15	Eine bemerkenswerte Eigenschaft der Parabel	257
6.15.16	Ein besonderes Ellipsen-Hyperbelpaar	259
6.15.17	Die Ellipse und das harmonische Mittel	262
6.16	Interessante aus PYTHAGORAS-Beweis-Figuren generierte Kurven	266
6.16.1	Eine Kurve aus dem ersten Beweis	266
6.16.2	Eine aus dem zweiten Beweis generierte <i>Strophoide</i>	272
6.17	Harmonisches und Fraktales	277
6.18	Eine interessante Hüllkurve	278
6.19	Eine Schar rotierender Ellipsen	287
6.20	Traktrix und Pseudosphäre	289