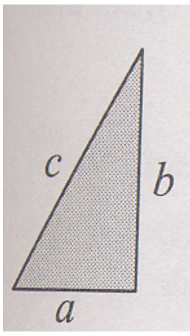
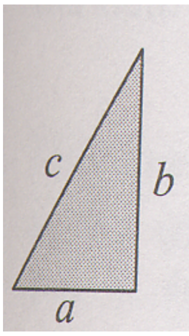
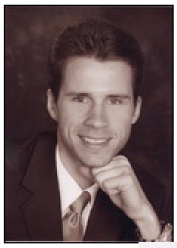
Übungsbeispiele zu den "Ergänzungen zur elementaren Algebra" (Motto: bereit für die 4. Klasse!)

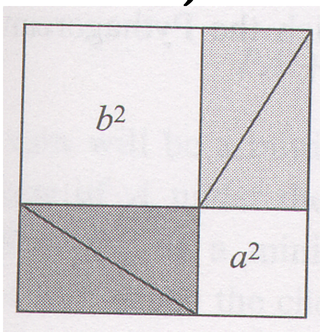


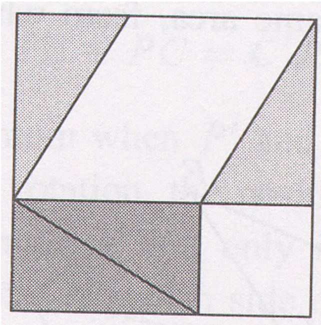


Klasse: 3D, Schuljahr 2006/07, Lehrer: Dr. R. Resel

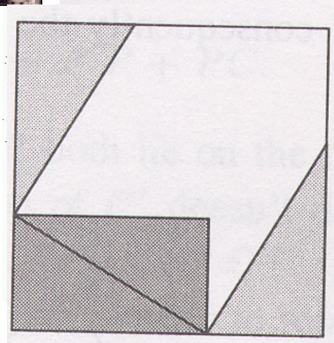
↓↓↓↓↓↓↓↓↓ ↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓↓



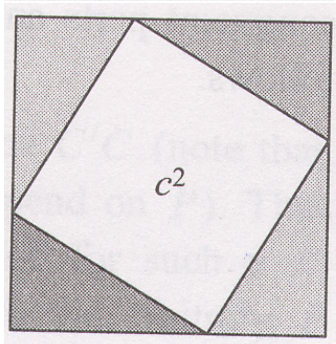




Diese Beispiele sollen dich durch die letzten sieben bis vierzehn Schulübungen der dritten Klasse in Mathematik führen. Größtenteils handelt es sich um algebraische Problemstellungen, manchmal wird auch die Geometrie (Pythagoreischer Lehrsatz, kurz: "PLS") gestreift. Die Angabetexte (bzw. die Gleichungen) werden dir – bevor wir mit den wenigen, <u>aber mit Sicherheit sehr intensiven</u> (ALSO ÄUSZERSTE AUFMERKSAMKEIT!) gemeinsamen Schulübungen beginnen werden – wenig bis gar nichts sagen. Kein Wunder! ☺ Es fehlen dir ja dazu schließlich noch einige Grundlagen aus der elementaren Algebra, ohne die du in der 4. Klasse nur mit großen Problemen weiterkommen würdest. Deshalb werden wir genau diese Grundlagen in ca. sieben Schulübungen gemeinsam erarbeiten, wobei uns unter anderem die nicht fett gedruckten Aufgaben behilflich sein werden.



Die fett gedruckten Aufgaben werden NICHT in den Schulübungen bearbeitet, sondern – um das Gelernte auch selbständig einzuüben! – von dir (in "Eigenregie") zuhause. VON DIESEN INSGESAMT 29 ÜBUNGSAUFGABEN (NICHT NUR ZUFÄLLIG EXAKT DIE ANZAHL ALLER SCHÜLER/INNEN DER 3D!) WIRD DANN JEDE/R VON EUCH EINE AUFGABE IN DEN STUNDEN NACH DEN PFINGSTFERIEN AN DER TAFEL VORRECHNEN. (SO läßt sich am besten erkennen, inwieweit das Gelernte umgesetzt werden kann!)



1) Vereinfache nebenstehenden Term T(a,b) und führe für dein Geburtsdatum (a … Tag, b … Monat) die Probe durch! Welche Eigenschaft hat die Zahl, die du bei der Probe auf beiden Seiten erhältst? Vergleiche mit deinem Sitznachbar! Was läßt sich daher vermuten?

$$T(a,b) = (2a+3b)(3a+2b) - (a+2b)(2a+b)$$

2) **Beweise durch Vereinfachung, dass T(a,b) ein vollständiges Quadrat ist!**

$$T(a,b) = (8a+9b)(9a+8b) - (7a+8b)(8a+7b)$$

3) **Beweise durch Vereinfachung, dass T(a,b) ein vollständiges Quadrat ist!**

$$T(a,b) = (18a+19b)(19a+18b) - (17a+18b)(18a+17b)$$

4) **Beweise durch Vereinfachung, dass T(a,b) ein vollständiges Quadrat ist!**

$$T(a,b) = (32a+33b)(33a+32b) - (31a+32b)(32a+31b)$$

Aufgaben 5) bis 17):

Schreibe das jeweilige Zahlenrätsel nach entsprechender Benennung als *Term* an, vereinfache *diesen* und übersetze *ihn* wieder als (einfacheres!) Zahlenrätsel. Mache für eine selbst gewählte Zahl die Probe. Verwende dafür die Termschreibweise (Benennung von Anfangs- und Endterm sowie Wert des Terms)!

5) Denke dir eine Zahl, multipliziere sie mit ihrem Nachfolger und subtrahiere davon den Vorgänger der Zahl.

6) Denke dir eine Zahl, multipliziere ihr Quadrat mit ihrem Vorgänger und addiere dazu das doppelte Quadrat dieser Zahl.

7) Denke dir eine Zahl, multipliziere sie mit dem Vorgänger ihrer Gegenzahl und addiere dazu das Quadrat dieser Zahl.

8) Denke dir eine Zahl, multipliziere sie mit der Gegenzahl ihres Vorgängers und addiere dazu das doppelte Quadrat dieser Zahl.

9) Denke dir eine Zahl, multipliziere ihr Quadrat mit dem Nachfolger dieser Zahl und subtrahiere davon das Doppelte der dritten Potenz dieser Zahl.

10) Denke dir eine Zahl, multipliziere sie mit der Gegenzahl ihres Nachfolgers und addiere dazu das Quadrat dieser Zahl.

11) Denke dir eine Zahl, multipliziere ihr Quadrat mit dem Doppelten ihres Nachfolgers und subtrahiere davon das doppelte Quadrat dieser Zahl.

12) Denke dir eine Zahl, multipliziere sie mit ihrem Vorgänger und addiere dazu den Nachfolger der Zahl.

13) Denke dir eine Zahl, multipliziere sie mit ihrer Gegenzahl und addiere dazu das Produkt dieser Zahl mit ihrem Vorgänger.

14) Denke dir eine Zahl, multipliziere sie mit dem Vorgänger ihres Quadrats und addiere dazu die Zahl selbst.

15) Denke dir eine Zahl, multipliziere die Gegenzahl ihres Quadrats mit dem Vorgänger der Zahl und addiere dazu die dritte Potenz dieser Zahl.

16) Denke dir eine Zahl, multipliziere ihr Quadrat mit dem Vorgänger der Zahl und subtrahiere davon die dritte Potenz dieser Zahl.

17) Denke dir eine Zahl, multipliziere sie mit dem Nachfolger ihrer Gegenzahl und subtrahiere davon diese Zahl.

---

18) Aufgabe 5 vom Zettel ANWENDUNGEN DES PYTHAGOREISCHEN LEHRSATZES (in der Supplierstunde am 30. April verteilt!)[1]

19) Aufgabe 6 vom Zettel ANWENDUNGEN DES PYTHAGOREISCHEN LEHRSATZES (in der Supplierstunde am 30. April verteilt!)[2]

20) Aufgabe 7 vom Zettel ANWENDUNGEN DES PYTHAGOREISCHEN LEHRSATZES (in der Supplierstunde am 30. April verteilt!)[3]

---

21) Vereinfache: $(a+b)^2-(a-b)^2$

22) Wie bei der Herleitung der drei binomischen Formeln in der Schulübung III kann man auch den Term aus Aufgabe 21 graphisch darstellen. Leite das Ergebnis von 21) [vgl. Schulübung V!] graphisch her!

23) Vereinfache: $(a+b)^3(a-b)+(a-b)^3(a+b)$

24) Vereinfache: $(a^2-b^2)(a+b)-(a^2+b^2)(a-b)$

---

[1]: Angabe siehe Seite 5 dieses adaptierten Files!
[2]: Angabe siehe Seite 5 dieses adaptierten Files!
[3]: Angabe siehe Seite 5 dieses adaptierten Files!

25) Beweise die Vermutung aus Aufgabe 1)! [Bemerkung: Übungsaufgaben dazu: 2), 3) und 4)!]

Aufgaben 26) bis 35):

Benenne, übersetze, vereinfache und übersetze wieder in die deutsche Sprache. Mache für eine selbst gewählte Zahl die Probe. Verwende für die Probe die Termschreibweise (Benennung von Anfangs- und Endterm sowie Wert des Terms)!

26) Addiert man zu einer Zahl ihr Quadrat und ihren Nachfolger, so erhält man ….

27) Addiert man zum Quadrat einer Zahl das Zwölffache der um drei größeren Zahl, so erhält man ….

28) Addiert man zum Quadrat einer Zahl das Achtfache der um zwei größeren Zahl, so erhält man ….

29) Addiert man zum Quadrat einer Zahl das 40-fache der um 10 größeren Zahl, dann erhält man ….

30) Addiert man zum Quadrat einer Zahl das 36-fache der um 9 größeren Zahl, dann erhält man ….

31) Addiert man zum Quadrat einer Zahl das Vierfache ihres Nachfolgers, so erhält man …

32) Addiert man zum 13-fachen einer Zahl das Quadrat dieser Zahl sowie die um 49 größere Zahl, dann erhält man …

33) Addiert man zum 15-fachen einer Zahl das Quadrat dieser Zahl sowie die um 64 größere Zahl, dann erhält man …

34) Addiert man zum 3-fachen einer Zahl das Quadrat dieser Zahl sowie die um 4 größere Zahl, so erhält man …

35) Addiert man zum Quadrat einer Zahl das 16-fache der um 4 größeren Zahl, so erhält man …

36) a) Rechne nach, dass $9+10+11+12=13+14+15$ gilt.
b) "Leider" –  – gilt nicht auch $9^2+10^2+11^2+12^2=13^2+14^2+15^2$.
c) Für welche sieben aufeinander folgenden natürlichen Zahlen funktioniert es doch?
(Anleitung: Wähle die mittlere der sieben Zahlen als Unbekannte!)

37) a) Rechne nach, dass $4+5+6=7+8$ gilt.
b) "Leider" –  – gilt nicht auch $4^2+5^2+6^2=7^2+8^2$.
c) Für welche fünf aufeinander folgenden natürlichen Zahlen funktioniert es doch?
(Anleitung: Wähle die mittlere der fünf Zahlen als Unbekannte!)

Aufgaben 38) bis 53):

Ermittle die Lösungsmenge L der angegebenen Gleichung!

38) $(x+17)(x-17)+x^2=(x+8)(x-8)$ + PROBE!

39) $(x-24)^2+(x-10)^2=(x+26)^2$

40) $(x+25)(x-25)+x^2=(x+7)(x-7)$ + PROBE!

41) $(x-16)^2+(x-30)^2=(x-34)^2$

42) $(x-3)^2+(x+4)^2=(x+5)^2$

43) $(x+8)^2+(x-6)^2=(x+10)^2$

44) $(x-7)^2+(x-24)^2=(x+25)^2$

45) $(x-21)^2+(x-20)^2=(x-29)^2$

46) $(x+15)^2+(x-8)^2=(x+17)^2$

47) $(x-5)^2+(x+12)^2=(x+13)^2$

48) $(x+5)(x-5)+x^2=(x+4)(x-4)$ + **PROBE!**

49) $(x+13)(x-13)+x^2=(x+5)(x-5)$ + **PROBE!**

50) $(x+13)(x-13)+x^2=(x+12)(x-12)$ + **PROBE!**

51) $(x+17)(x-17)+x^2=(x+15)(x-15)$ + **PROBE!**

52) $(x+25)(x-25)+x^2=(x+24)(x-24)$ + **PROBE!**

53) $(x+5)(x-5)+x^2=(x+3)(x-3)$ + **PROBE!**

Erholsame Ferien!!

(ausreichend Kräfte für die 4. Klasse tanken!)

↓↓↓↓↓↓

Zukunft!!

↓1D↓←←←←←←←Rückblick!→ →→↓2D

Schuljahr 2004/2005 1D

2D 2005/06

5) In einem gleichschenkligen Dreieck (Basislänge c, Höhe auf die Basis h, Schenkellänge s) sind h, s und c ***in dieser Reihenfolge*** aufeinanderfolgende natürliche Zahlen. Berechne h, s und c. **Verwende dabei h als Unbekannte!**

6) In einer geraden quadratischen Pyramide (Grundkantenlänge a, Höhe h, Seitenkantenlänge s) sind h, a und s ***in dieser Reihenfolge*** aufeinanderfolgende natürliche Zahlen. Berechne h, a und s. **Verwende dabei a als Unbekannte!**

7) In einem gleichschenkligen Dreieck (Basislänge c, Höhe auf die Basis h, Schenkellänge s) sind h, c und s ***in dieser Reihenfolge*** aufeinanderfolgende natürliche Zahlen. Berechne h, c und s. **Verwende dabei c als Unbekannte!**