

Übungen für die 2. Schularbeit, Blatt 1:

*Anwendung des PLS auf das Trapez (1 – 5)
bzw. das Deltoid (6 – 9), Bruchterme (10 – 13)*

1. Von einem Trapez kennt man mit $a = 69\text{cm}$, $b = 29\text{cm}$, $c = 33\text{cm}$ und $d = 25\text{cm}$ alle vier Seitenlängen. Berechne die Höhe, die Länge der Diagonale e sowie den Flächeninhalt dieses Trapezes!
2. Von einem Trapez kennt man mit $a = 72\text{cm}$, $b = 58\text{cm}$, $c = 21\text{cm}$ und $d = 41\text{cm}$ alle vier Seitenlängen. Berechne die Höhe, die Länge der Diagonale e sowie den Flächeninhalt dieses Trapezes!
3. Von einem Trapez kennt man mit $a = 84\text{cm}$, $b = 53\text{cm}$, $c = 32\text{cm}$ und $d = 51\text{cm}$ alle vier Seitenlängen. Berechne die Höhe, die Länge der Diagonale f sowie den Flächeninhalt dieses Trapezes!
4. Von einem Trapez kennt man mit $a = 93\text{cm}$, $b = 20\text{cm}$, $c = 18\text{cm}$ und $d = 65\text{cm}$ alle vier Seitenlängen. Berechne die Höhe, die Länge der Diagonale f sowie den Flächeninhalt dieses Trapezes!
5. Beweise allgemein oder bestätige anhand der letzten vier Aufgaben folgenden SATZ. Die Höhe h eines Trapezes läßt sich aus den Seitenlängen a , b , c und d durch die Formel

$$h = \frac{1}{2(a-c)} \cdot \sqrt{(a+b-c+d)(-a+b+c+d)(a-b-c+d)(a+b-c-d)}$$

berechnen.

6. Von einem Deltoid kennt man die Seitenlängen $a = 41\text{cm}$ und $b = 58\text{cm}$ sowie die Diagonalenlänge $e = 51\text{cm}$. Berechne die Länge f der zweiten Diagonale sowie den Flächeninhalt des Deltoids!
7. Von einem Deltoid kennt man die Seitenlängen $a = 74\text{cm}$ und $b = 145\text{cm}$ sowie die Diagonalenlänge $e = 213\text{cm}$. Berechne die Länge f der zweiten Diagonale sowie den Flächeninhalt des Deltoids!
8. Von einem Deltoid kennt man die Seitenlängen $a = 65\text{cm}$ und $b = 106\text{cm}$ sowie die Diagonalenlänge $e = 123\text{cm}$. Berechne die Länge f der zweiten Diagonale sowie den Flächeninhalt des Deltoids!
9. Von einem Deltoid kennt man die Seitenlängen $a = 145\text{cm}$ und $b = 194\text{cm}$ sowie die Diagonalenlänge $e = 147\text{cm}$. Berechne die Länge f der zweiten Diagonale sowie den Flächeninhalt des Deltoids!
10. Vereinfache den Bruchterm $\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x+2} + \frac{1}{x+3}$.
Welche Werte darf x nicht annehmen? Führe für $x = 5$ die Probe durch!
11. Vereinfache den Bruchterm $\frac{1}{(x+7)(x+4)} - \frac{1}{(x+4)(x+10)} + \frac{1}{(x+7)(x+10)}$.
Welche Werte darf x nicht annehmen? Führe für $x = -5$ die Probe durch!
12. Vereinfache den Bruchterm $\frac{1}{x+5} - \frac{2}{x+6} + \frac{1}{x+7}$.
Welche Werte darf x nicht annehmen? Führe für $x = -4$ die Probe durch!
13. Vereinfache den Bruchterm $\frac{1}{(x+11)(x+6)} - \frac{1}{(x+6)(x+16)} + \frac{1}{(x+11)(x+16)}$.
Welche Werte darf x nicht annehmen? Führe für $x = -8$ die Probe durch!

Übungen für die 2. Schularbeit, Blatt 2:
Bruchterme (14 – 18), Bruchgleichungen (19 – 27)

14. Die Anfangsterme (Angaben) der Übungsaufgaben 10 und 12 haben die *gleiche Struktur*. Schreibe *diese* unter Verwendung einer Formvariablen (“Parameter“) allgemein an und mache dies ebenso mit dem Endterm (Lösung)! Eine vom Anfangsterm zum Endterm führende Rechnung mit dem Parameter empfiehlt sich als Übung!!
15. Die Anfangsterme (Angaben) der Übungsaufgaben 11 und 13 haben die *gleiche Struktur*. Schreibe *diese* unter Verwendung von zwei Formvariablen (“Parameter“) allgemein an und mache dies ebenso mit dem Endterm (Lösung)! Eine vom Anfangsterm zum Endterm führende Rechnung mit den beiden Parametern empfiehlt sich als Übung!!
16. Die Vereinfachung des Bruchterms $\frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+4)^2} - \frac{2}{(x+1)(x+4)}$ war ein Schulübungsbeispiel. Der Bruchterm $\frac{1}{(x+3)^2} + \frac{1}{(x+8)^2} - \frac{2}{(x+3)(x+8)}$ (**Zusätzliches Übungsbeispiel!!!**) \Rightarrow Lösung: $\frac{25}{(x+3)^2(x+8)^2}$ etwa hat die *gleiche Struktur*. Schreibe *diese* unter Verwendung von zwei Formvariablen (“Parameter“) allgemein an und mache dies ebenso mit dem Endterm (Lösung)! Eine vom Anfangsterm zum Endterm führende Rechnung mit den beiden Parametern empfiehlt sich als Übung!!
17. Die Vereinfachung des Bruchterms $\frac{x+6}{(x+8)^2} - \frac{x+8}{(x+6)^2} + \frac{3(8-6)}{(x+6)(x+8)}$ war ein Hausübungsbeispiel. Der Bruchterm $\frac{x+4}{(x+7)^2} - \frac{x+7}{(x+4)^2} + \frac{3(7-4)}{(x+4)(x+7)}$ (**Zusätzliches Übungsbeispiel!!!**) \Rightarrow Lösung: $-\frac{27}{(x+4)^2(x+7)^2}$ etwa hat die *gleiche Struktur*. Schreibe *diese* unter Verwendung von zwei Formvariablen (“Parameter“) allgemein an und mache dies ebenso mit dem Endterm (Lösung)! Eine vom Anfangsterm zum Endterm führende Rechnung mit den beiden Parametern empfiehlt sich als Übung!!
18. Die Vereinfachung des Bruchterms $\frac{1}{x^2+3x} + \frac{1}{x^2+7x} - \frac{1}{x^2}$ war ein Hausübungsbeispiel. Der Bruchterm $\frac{1}{x^2+5x} + \frac{1}{x^2+9x} - \frac{1}{x^2}$ (**Zusätzliches Übungsbeispiel!!!**) \Rightarrow Lösung: $\frac{x^2-45}{x^2(x+5)(x+9)}$ etwa hat die *gleiche Struktur*. Schreibe *diese* unter Verwendung von zwei Formvariablen (“Parameter“) allgemein an und mache dies ebenso mit dem Endterm (Lösung)! Eine vom Anfangsterm zum Endterm führende Rechnung mit den beiden Parametern empfiehlt sich als Übung!!
19. Ermittle Definitions- und Lösungsmenge der Bruchgleichung $\frac{9}{x-11} - \frac{2}{x+11} = \frac{44}{x^2-121}$!
20. Ermittle Definitions- und Lösungsmenge der Bruchgleichung $\frac{12}{x-9} - \frac{12}{x+9} = \frac{7}{x^2-81}$!
21. Ermittle Definitions- und Lösungsmenge der Bruchgleichung $\frac{1}{x+7} + \frac{1}{x+11} = \frac{2}{x+10}$!
22. Ermittle Definitions- und Lösungsmenge der Bruchgleichung $\frac{11}{x-12} - \frac{11}{x+12} = \frac{264}{x^2-144}$!
23. Ermittle Definitions- und Lösungsmenge der Bruchgleichung $\frac{11}{x-8} + \frac{8}{x+8} = \frac{-14}{x^2-64}$!
24. Ermittle Definitions- und Lösungsmenge der Bruchgleichung $\frac{10x+17}{x^2-6x} + \frac{4x-37}{x^2+6x} = \frac{13x-20}{x^2-36}$!
25. Ermittle Definitions- und Lösungsmenge der Bruchgleichung $\frac{8x+23}{x^2-9x} + \frac{4x-13}{x^2+9x} = \frac{11x+10}{x^2-81}$!
26. Ermittle Definitions- und Lösungsmenge der Bruchgleichung $\frac{19}{x^2-16x} - \frac{3x+17}{x^2+16x} = \frac{2-4x}{x^2-256}$!
27. Ermittle Definitions- und Lösungsmenge der Bruchgleichung $\frac{5x+90}{x^2-10x} - \frac{x}{x^2+10x} = \frac{3x+90}{x^2-100}$!

Übungen für die 2. Schularbeit, Blatt 3:
Bruchgleichungen (28 – 32), Polynomdivisionen (33 – 51)

28. Ermittle Definitions- und Lösungsmenge der Bruchgleichung $\frac{9x+26}{x^2-121} - \frac{2x-9}{x^2-11x} = \frac{6x+35}{x^2+11x}$!
29. Ermittle Definitions- und Lösungsmenge der Bruchgleichung $\frac{11x-34}{x^2-169} - \frac{7x+9}{x^2+13x} = \frac{3x-43}{x^2-13x}$!
30. Ermittle Definitions- und Lösungsmenge der Bruchgleichung $\frac{5x+34}{x^2-225} - \frac{4x-13}{x^2-15x} = \frac{47}{x^2+15x}$!
31. Ermittle Definitions- und Lösungsmenge der Bruchgleichung $\frac{15x+54}{x^2-289} - \frac{9x+61}{x^2+17x} = \frac{5x-7}{x^2-17x}$!
32. Ermittle Definitions- und Lösungsmenge der Bruchgleichung $\frac{17x+34}{x^2-196} - \frac{10x+45}{x^2+14x} = \frac{6x-11}{x^2-14x}$!
33. Führe die Polynomdivision $(x^4 - 21x^3 + 512) : (x^2 + 3x + 8)$ aus und mache die Probe nach einer Methode deiner Wahl!
34. Berechne $(x^4 + 2x^3 + x^2 - 4) : (x + 2)$, das Resultat laute $p(x)$.
35. Fortsetzung von Übungsaufgabe 34: Berechne $p(x) : (x - 1)$, das Resultat laute $q(x)$.
36. Fortsetzung von Übungsaufgabe 34 und 35: Bestimme $r(x)$ so, dass $(x^4 + 2x^3 + x^2 - 4) : r(x) = q(x)$ gilt [2 Möglichkeiten zur Berechnung von $r(x)$!]. Führe diese Polynomdivision zur Probe aus!
37. Führe die Polynomdivision $(x^4 + 2x^2 + 81) : (x^2 - 4x + 9)$ aus und mache die Probe nach einer Methode deiner Wahl!
38. Berechne $(x^6 + 1) : (x^2 - \sqrt{3} \cdot x + 1)$, das Resultat laute $p(x)$.
39. Fortsetzung von Übungsaufgabe 38: Berechne $p(x) : (x^2 + \sqrt{3} \cdot x + 1)$, das Resultat laute $q(x)$.
40. Fortsetzung von Übungsaufgabe 38 und 39: Bestimme $r(x)$ so, dass $(x^6 + 1) : r(x) = q(x)$ gilt [2 Möglichkeiten zur Berechnung von $r(x)$!]. Führe diese Polynomdivision zur Probe aus!
41. Führe die Polynomdivision $(x^4 - 25x + 150) : (x^2 + 5x + 15)$ aus und mache die Probe nach einer Methode deiner Wahl!
42. Führe die Polynomdivision $(x^4 + 30x^3 + x^2 - 900) : (x + 30)$ aus!
43. Führe die Polynomdivision $(x^4 + 30x^3 + x^2 - 900) : (x^3 + x - 30)$ aus!
44. Führe die Polynomdivision $(x^4 - 4x^2 + 3x - 6) : (x - 2)$ aus!
45. Führe die Polynomdivision $(x^4 - 4x^2 + 3x - 6) : (x^3 + 2x^2 + 3)$ aus!
46. Führe die Polynomdivision $(x^5 + 3x^4 - 52x + 48) : (x^3 + 4x - 12)$ aus!
47. Führe die Polynomdivision $(x^5 + 3x^4 - 52x + 48) : (x^2 + 3x - 4)$ aus!
48. Führe die Polynomdivision $(x^5 + 16x - 32) : (x^3 + 2x^2 - 8)$ aus!
49. Führe die Polynomdivision $(x^5 + 16x - 32) : (x^2 - 2x + 4)$ aus!
50. Führe die Polynomdivision $(x^6 + 2x^5 - 6x^3 + 18x + 27) : (x^4 - 3x^2 + 9)$ aus!
51. Führe die Polynomdivision $(x^6 + 2x^5 - 6x^3 + 18x + 27) : (x^2 + 2x + 3)$ aus!

Gutes Gelingen!