

3 zusätzliche Aufgaben zur Differentiation rationaler Funktionen

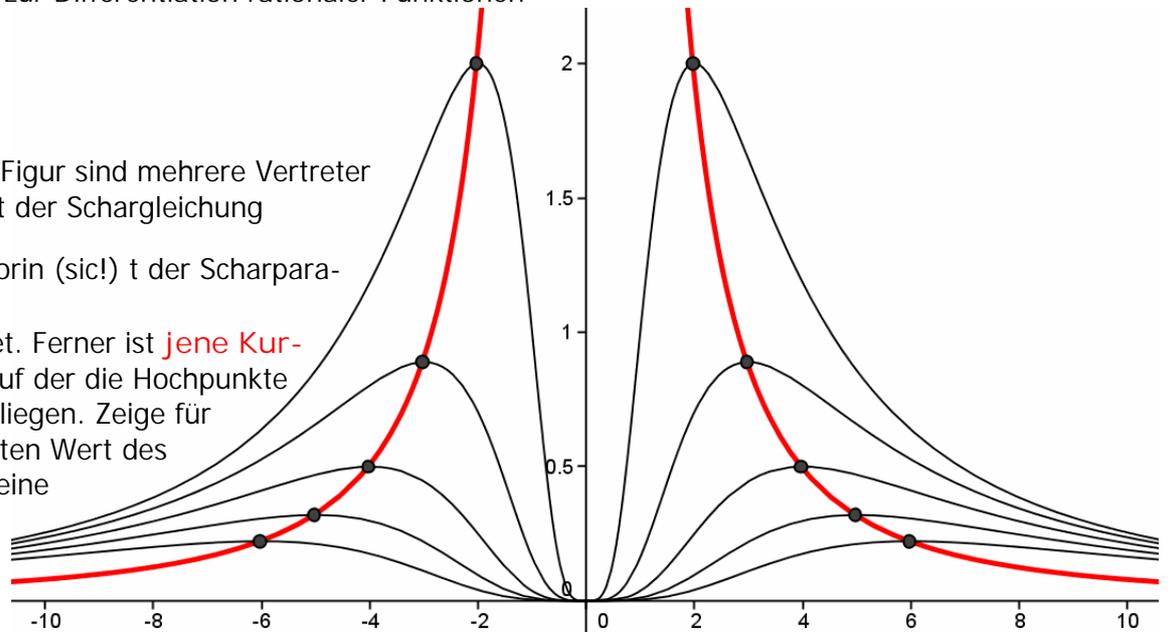
7A(G), 2011/12

Dr. R. Resel

- 1) In nebenstehender Figur sind mehrere Vertreter der Kurvenschar mit der Schargleichung

$$y = \frac{27x^4}{(x^2 + 2t^2)^3}$$

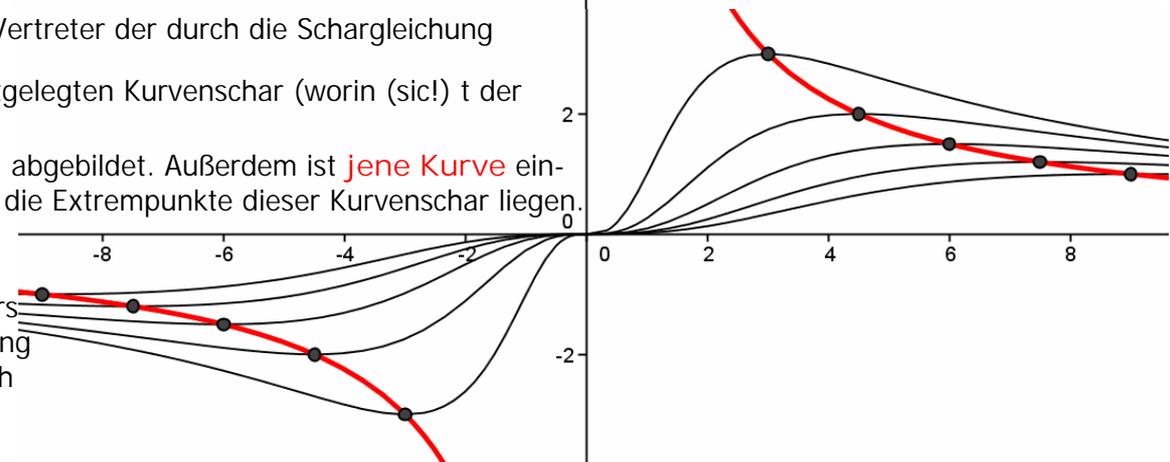
(worin (sic!) t der Scharparameter ist) abgebildet. Ferner ist jene Kurve eingezeichnet, auf der die Hochpunkte dieser Kurvenschar liegen. Zeige für einen selbst gewählten Wert des Parameters t, dass eine Gleichung dieser Kurve durch $x^2y=8$ gegeben ist.



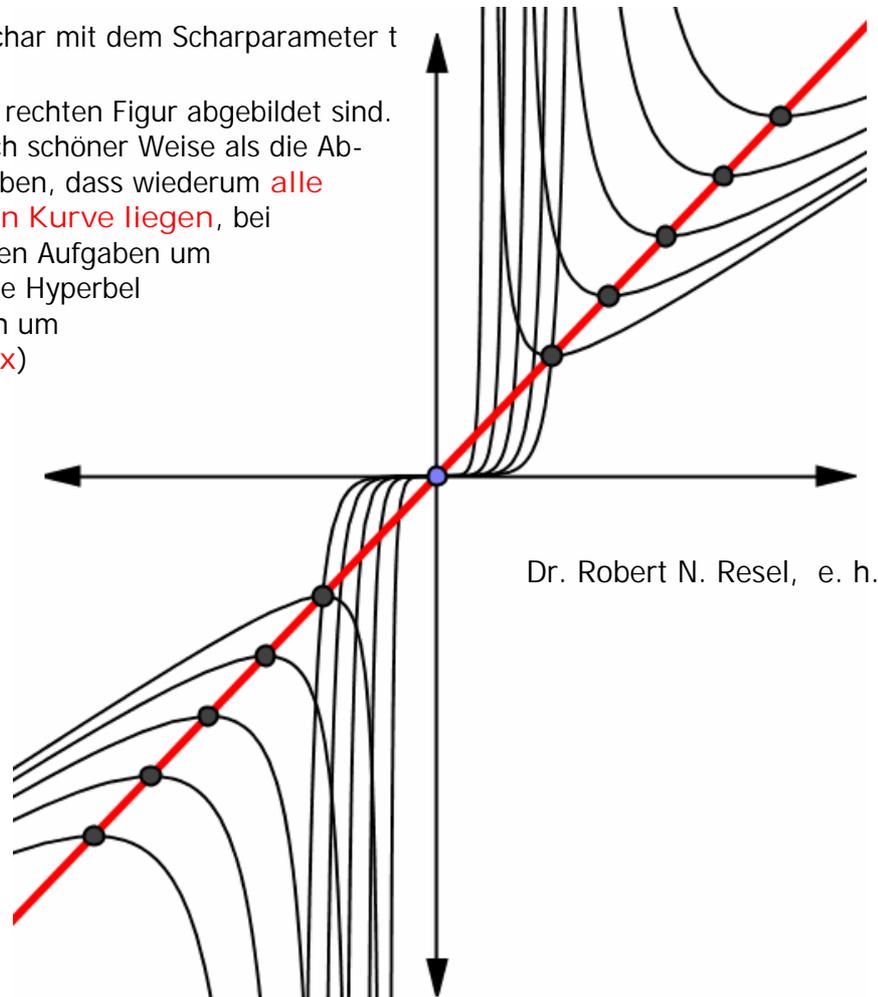
- 2) Rechts sind einige Vertreter der durch die Schargleichung

$$y = \frac{16x^3}{(x^2 + 3t^2)^2}$$

festgelegten Kurvenschar (worin (sic!) t der Scharparameter ist) abgebildet. Außerdem ist jene Kurve eingezeichnet, auf der die Extrempunkte dieser Kurvenschar liegen. Zeige für einen selbst gewählten Wert des Parameters t, dass eine Gleichung dieser Kurve durch $xy=9$ gegeben ist.



- 3) Durch $y = \frac{2704x^5}{(x^2 - 5t^2)^2}$ wird eine Kurvenschar mit dem Scharparameter t beschrieben, von der fünf Vertreter in der rechten Figur abgebildet sind. Ebenso illustriert diese Abbildung in ähnlich schöner Weise als die Abbildungen in den vorherigen beiden Aufgaben, dass wiederum alle Extrempunkte auf einer algebraischen Kurve liegen, bei welcher es sich im Gegensatz zu den letzten Aufgaben um keine Kubik [Aufgabe 1)] bzw. gleichseitige Hyperbel [Aufgabe 2)], sondern schlicht und einfach um eine Gerade (mit der Gleichung $y=4225x$) handelt. Zeige dies für einen selbst gewählten Wert des Parameters t!



Wien, im August 2011.

Dr. Robert N. Resel, e. h.

Analysis in der 7A(G)